Mate 2000 Consolidare
Clasa a VII-a, partea I (2019-2020)
TESTE DE AUTOEVALUARE

– SOLUȚII –

Test de autoevaluare – p. 17

I. **1.** 100, 121, 144, 169, 196, 225, 256, 289, 324, 361, 400, 441, 484, 529, 576, 625, 676, 729, 784, 841, 900, 961.
2. {–18, +18}.
3. Falsă.
4. 1000^2.
5. 9.
6. 8316.

II. **1.** C. **2.** C. **3.** B. **4.** D.

III. **1.** $n \in \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$.
2. $x = \frac{1}{20}$.
3. $x = 81^n \cdot 144^n \cdot 625 = (9^n \cdot 12^n \cdot 25)^2 \Rightarrow \sqrt{x} = 25 \cdot 9^n \cdot 12^n$ – număr par.
4. $x = 2019^2$.

Test de autoevaluare – p. 25

I. **1.** $\frac{49}{36}$.
2. 0,3.
3. –1.
4. 24.
5. –4.
6. 6.

II. **1.** C. **2.** D. **3.** C. **4.** C.

III. **1.** $A = 2019^{1009} \in \mathbb{N}$.
2. $a \neq b$; $a, b \in \mathbb{N}^*$; $a \neq 0$, $b \neq 9$; $a + b = 10$; $(a; b) \in \{(2; 8); (3; 7); (4; 6); (6; 4); (7; 3); (8; 2)\}$.

3. $x^2 = \left(18a + 9 + \frac{b}{5}\right) \in \mathbb{N} \Rightarrow 5 \mid b \Rightarrow b = 5$; $x^2 = 18a + 10$; dacă $a = 3 \Rightarrow x^2 = 64 \Rightarrow$ $\Rightarrow x = 8$; dacă $a = 5 \Rightarrow x^2 = 100 \Rightarrow x = 10$.

4. $(a, b, c) \in \{(1; 2; 7); (1; 3; 6); (1; 4; 5); (2; 3; 5)\}$.

Test de autoevaluare – p. 43

I. **1.** $x \in \{-\sqrt{2};\ 4\sqrt{2}\}$.

2. 1.

3. $\frac{1}{2}$.

4. $4\sqrt{6}$.

5. $2\sqrt{61}$.

6. $3 - 2\sqrt{2}$.

II. **1.** D. **2.** C. **3.** A. **4.** D.

III. **1.** $\mathscr{A} = 4500\ \text{cm}^2$.

2. 2.

3. $\left|x - \sqrt{384}\right| + \left|y - \sqrt{150}\right| + \left|z - \sqrt{54}\right| \le 0$; cum $\left|x - \sqrt{384}\right| \ge 0$, $\left|y - \sqrt{150}\right| \ge 0$ şi $\left|z - \sqrt{54}\right| \ge 0 \Rightarrow x = 8\sqrt{6}$, $y = 5\sqrt{6}$, $z = 3\sqrt{6} \Rightarrow x + y + z = 16\sqrt{6}$.

4. *Cazul I:* $8\sqrt{2}$, $8\sqrt{2}$, $x \Rightarrow \mathscr{P} = 16\sqrt{2} + x \Rightarrow 16\sqrt{2} + x = 20\sqrt{2} \Rightarrow x = 4\sqrt{2}$ cm;

Cazul II: $8\sqrt{2}$, x, $x \Rightarrow \mathscr{P} = 8\sqrt{2} + 2x \Rightarrow 8\sqrt{2} + 2x = 20\sqrt{2} \Rightarrow x = 6\sqrt{2}$ cm.

Test de autoevaluare – p. 65

I. **1.** $-\frac{1}{3}$.

2. $\frac{13}{2}$.

3. $\frac{\sqrt{6}}{6}$.

4. 0.

5. 1.

6. 2.

II. **1.** C. **2.** C. **3.** B. **4.** D.

III. **1.** $\frac{1 + \sqrt{5} - \sqrt{6}}{2}$.

2. $2\left(\sqrt{3}+\sqrt{2}-2\right)$.

3. 2.

4. $a = 1-\sqrt{2} \Rightarrow a+\sqrt{2} = 1 \Rightarrow b = 1 \in \mathbb{N}$.

Test de autoevaluare – p. 83

I. 1. 360°.
2. congruente.
3. paralelogram.
4. 80 cm.
5. 18 cm.
6. 65°.

II. 1. C. **2.** C. **3.** D. **4.** C.

III. 1. Se arată că laturile patrulaterului $MNPQ$ sunt linii mijlocii în triunghiurile din care fac parte.

2. a) Se arată că $\Delta ADM \equiv \Delta BCD$ (L.U.L.) $\Rightarrow \sphericalangle DAM \equiv \sphericalangle DBC \Rightarrow AM \parallel BC$ şi $[AM] \equiv [BC]$; $\Delta AEN \equiv \Delta CEB$ (L.U.L.) $\Rightarrow \sphericalangle EAN \equiv \sphericalangle ECB \Rightarrow AN \parallel BC$ şi $[AN] \equiv [BC]$. De unde rezultă (conform axiomei paralelelor) că dreptele AM şi AN coincid $\Rightarrow M, A, N$ sunt coliniare.
b) $MN = AM + AN = BC + BC = 2BC$.

3. $\Delta POD \equiv \Delta QOB$ (U.L.U.) $\Rightarrow [OP] \equiv [OQ]$ (1); $\Delta AOM \equiv \Delta CON$ (U.L.U.) $\Rightarrow [OM] \equiv [ON]$ (2). Din (1) şi (2) $\Rightarrow MQNP$ este paralelogram.

4. $\Delta OMB \equiv \Delta OND$ (U.L.U.) ($OB = OD$, $\sphericalangle OBM \equiv \sphericalangle ODN$, $\sphericalangle MOB \equiv \sphericalangle NOD$) $\Rightarrow [BM] \equiv [DN]$ şi, cum $[OB] \parallel [OD]$ (ip.) $\Rightarrow BNDM$ este paralelogram.

Test de autoevaluare – p. 91

I. 1. drepte (congruente).
2. dreptunghi.
3. dreptunghi.
4. dreptunghi.
5. dreptunghi.
6. 144.

II. 1. C. **2.** B. **3.** C. **4.** D.

III. 1. $[MT] = [TR]$ (ip.), $[NT] = [TP]$ (ip.) şi $m(\sphericalangle NMP) = 90° \Rightarrow MNRP$ este dreptunghi.

2. Fie $NQ \cap MP = \{O\}$; $m(\sphericalangle NMP) = 30° \Rightarrow m(\sphericalangle MOQ) = 60°$. Deci, ΔMOQ este echilateral. Cum $QT \perp MP \Rightarrow MT = OT = \dfrac{MP}{4}$. De unde $MT = \dfrac{NQ}{4} \Rightarrow NQ = 4MT$.

3. $ANMP$ – dreptunghi ($MN = AP$ şi $MP = AN$). Dar ΔPMC este dreptunghic isoscel şi, deci, $MP = PC$. Rezultă că $MN + MP = AP + PC = AC$ = constant.

4. $\Delta DAM \equiv \Delta NCD \equiv \Delta NBM$ (L.U.L.) $\Rightarrow [MD] \equiv [MN] \equiv [DN] \Rightarrow \Delta DMN$ este echilateral.

Test de autoevaluare – p. 95

I. **1.** romb.
2. romb.
3. romb.
4. 12 cm.
5. $67°30'$.
6. $3\sqrt{3}$ cm.

II. **1.** B. **2.** C. **3.** C. **4.** D.

III. **1.** În ΔABM, ME este linie mijlocie, iar în ΔACM, MF este linie mijlocie $\Rightarrow ME = MF = \frac{AB}{2}$. Dar şi $AE = AF = \frac{AB}{2}$. Deci, $AEMF$ este romb.

2. $\Delta AEH \equiv \Delta CGF$ (L.U.L.) $\Rightarrow [EH] \equiv [FG]$;
$\Delta EBF \equiv \Delta GDH$ (L.U.L.) $\Rightarrow [EF] \equiv [GH]$.
Aşadar, $EFGH$ este paralelogram.

3. Segmentele determinate de mijloacele laturilor rombului sunt două câte două paralele cu diagonalele rombului. Prin urmare, patrulaterul obţinut este dreptunghi.

4. $AC \cap BD = \{O\}$, astfel încât $[BO] \equiv [DO]$ şi $AC \perp BD$. În ΔABC: $[BD$ – bisectoare şi înălţime $\Rightarrow \Delta ABC$ – isoscel $\Rightarrow [AB] \equiv [BC]$ şi $[AO] \equiv [CO]$. În ΔADC: $[DB$ – bisectoare şi înălţime $\Rightarrow \Delta ADC$ – isoscel $\Rightarrow [AD] \equiv [DC]$; $\Delta ABO \equiv \Delta ADO$ (C.C.) $\Rightarrow [AB] \equiv [AD] \Rightarrow ABCD$ este romb.

Test de autoevaluare – p. 99

I. **1.** pătrat.
2. pătrat.
3. pătrat.
4. 6 cm.
5. 18 cm.
6. 64 cm.

II. **1.** C. **2.** B. **3.** D. **4.** C.

III. **1.** $\Delta MAB \equiv \Delta MAD$ (L.U.L.) $\Rightarrow \Delta MBD$ este isoscel.
$[MB] \equiv [MD]$; $m(\sphericalangle BMD) = 45°$; $m(\sphericalangle MBD) = m(\sphericalangle MDB) = 67°30'$.

2. $MP \parallel AC \Rightarrow MP \perp AB$, $MN \parallel AB \Rightarrow MN \perp AC$ şi, cum $[AM$ este bisectoarea $\sphericalangle BAC \Rightarrow [MN] \equiv [MP]$ (1), dar $m(\sphericalangle MPA) = m(\sphericalangle PAN) = m(\sphericalangle MNA) = 90°$ (2). Atunci din (1) şi (2) rezultă că $APMN$ este pătrat.

3. $\Delta ADG \equiv \Delta DCF \equiv \Delta CBE \equiv \Delta BAH$ (C.U.) $\Rightarrow [DG] \equiv [CF] \equiv [BE] \equiv [AH] \Rightarrow [GC] \equiv [FB] \equiv [AE] \equiv [DH] \Rightarrow AGCE$ şi $BHDF$ – paralelograme $\Rightarrow MNPQ$ – paralelogram. Cum $m(\sphericalangle AQH) = m(\sphericalangle DPG) = m(\sphericalangle CNF) = m(\sphericalangle BME) = 90° \Rightarrow MNPQ$ – dreptunghi (1). Deoarece $\Delta AQH \equiv \Delta DPG \equiv \Delta CNF \equiv \Delta BME$ (I.U.) $\Rightarrow$

$\Rightarrow [HQ] \equiv [PG] \equiv [FN] \equiv [ME]$ şi $[AQ] \equiv [DP] \equiv [CN] \equiv [BM] \Rightarrow [MN] \equiv [NP] \equiv$ $\equiv [PQ] \equiv [QM]$ (2). Din (1) şi (2) $\Rightarrow MNPQ$ – pătrat.

4. Laturile patrulaterului $MNPQ$ sunt linii mijlocii în triunghiurile din care fac parte. Deci, $MNPQ$ – pătrat.

Test de autoevaluare – p. 109

I. **1.** baze.
2. isoscel.
3. dreptunghic.
4. isoscel.
5. linie mijlocie.
6. modulul semidiferenţei lungimilor bazelor.

II. **1.** B. **2.** D. **3.** C. **4.** D.

III. **1.** MN este linie mijlocie în $\Delta ABC \Rightarrow MN \parallel BC \Rightarrow MN \parallel PD$ (1); $MD = \dfrac{AB}{2}$ (mediana din $\sphericalangle D$ în triunghiul dreptunghic ADB) şi $PN = \dfrac{AB}{2}$ (linie mijlocie în ΔABC) $\Rightarrow MD = PN$ (2). Din (1) şi (2) $\Rightarrow MNPD$ trapez isoscel.

2. Fie $ABCD$ un trapez isoscel cu $AB \parallel CD$, $AB > CD$ şi $[AD] \equiv [BC]$, iar M, N, P, Q mijloacele laturilor $[AB]$, $[BC]$, $[CD]$ şi, respectiv, $[AD]$. Cum $[AC] \equiv [BD]$, iar laturile patrulaterului $MNPQ$ sunt linii mijlocii în triunghiurile din care fac parte, rezultă că $[MN] \equiv [NP] \equiv [PQ] \equiv [QM] \Rightarrow MNPQ$ este romb.

3. Fie $E \in (CD)$, astfel încât $[CE] \equiv [DE] \Rightarrow CE = DE = \dfrac{CD}{2} = AB$. Deci, $AB \parallel CE$ şi $[AB] \equiv [CE]$, aşadar $ABCE$ este paralelogram. Cum AC şi BE sunt diagonale şi $AC \cap BE = \{F\} \Rightarrow [AF] \equiv [CF]$.

4. $MN = \dfrac{AB - CD}{2} = \dfrac{28 - 12}{2} = \dfrac{16}{2} = 8$ cm.

Test de autoevaluare – p. 115

I. **1.** 96.
2. 400.
3. 360.
4. 864.
5. 324.
6. 400.

II. **1.** D. **2.** C. **3.** B. **4.** A.

III. **1.** Fie $BE \cap CF = \{G\} \Rightarrow G$ este centru de greutate $\Rightarrow BG = \frac{2}{3}BE \Rightarrow BG = 18$ cm; $CG = \frac{2}{3}CF \Rightarrow CG = 24$ cm; cum $\mathcal{A}_{ABC} = 3\mathcal{A}_{BCG}$ şi $\mathcal{A}_{BCG} = \frac{BG \cdot GC}{2} \Rightarrow \mathcal{A}_{ABC} =$ $= 648$ cm^2.

2. $\mathcal{A}_{ABCD} = \mathcal{A}_{ADC} + \mathcal{A}_{ABC} = \frac{AC \cdot DO}{2} + \frac{AC \cdot BO}{2} = \frac{AC \cdot BD}{2} = 6480$ cm^2.

3. $\frac{L}{\frac{5}{6}} = \frac{l}{\frac{3}{8}} \Rightarrow \frac{L}{20} = \frac{l}{9} = k \Rightarrow L = 20k$, $l = 9k$; cum $\mathcal{P} = 58k \Rightarrow k = 2 \Rightarrow \mathcal{A} = 720$ cm^2.

4. $\mathcal{A}_{ADP} = \mathcal{A}_{BCP} = \frac{1}{2}\mathcal{A}_{ABP} \Rightarrow \mathcal{A}_{ABCD} = 2\mathcal{A}_{ABP}$; $m(\sphericalangle APD) = \frac{180° - m(\sphericalangle D)}{2}$; $m(\sphericalangle BPC) =$ $= \frac{180° - m(\sphericalangle C)}{2} \Rightarrow m(\sphericalangle APB) = 180° - [m(\sphericalangle APD) + m(\sphericalangle BPC)] = 180° -$ $- \frac{360° - [m(\sphericalangle C) + m(\sphericalangle D)]}{2} = 180° - \frac{360° - 180°}{2} = 90° \Rightarrow AP \perp BP \Rightarrow \mathcal{A}_{ABCD} =$ $= 2 \cdot \frac{AP \cdot BP}{2} = AP \cdot BP$.

Test de autoevaluare – p. 133

I. **1.** 60°.
2. 6 cm.
3. 90°.
4. 70°.
5. 220°.
6. 100°.

II. **1.** B. **2.** C. **3.** B. **4.** D.

III. **1.** a) $m(\overset{\frown}{AD}) = 50°$; $m(\overset{\frown}{BCD}) = 180°$; $m(\overset{\frown}{ADC}) = 160°$; $m(\overset{\frown}{DAB}) = 180°$; $m(\overset{\frown}{ABC}) =$ $= 200°$; b) $m(\sphericalangle A) = 90°$; $m(\sphericalangle B) = 80°$; $m(\sphericalangle C) = 90°$; $m(\sphericalangle D) = 100°$.

2. a) $m(\overset{\frown}{AB}) = 120°$; b) $m(\overset{\frown}{CD}) = 60°$.

3. $m(\overset{\frown}{AN}) = 50°$; $m(\overset{\frown}{AP}) = 60°$; $m(\overset{\frown}{BM}) = 70°$; $m(\overset{\frown}{BP}) = 60°$; $m(\overset{\frown}{CN}) = 50°$; $m(\overset{\frown}{CM}) = 70°$.

4. $m(\overset{\frown}{MP}) = 100°$; $m(\overset{\frown}{MQ}) = 80°$; $m(\overset{\frown}{PN}) = 80°$; $m(\overset{\frown}{QN}) = 100°$.

Test de autoevaluare – p. 145

I. **1.** $\frac{5}{3}$. **4.** $\frac{2}{3}$.

2. 27,5. **5.** $\frac{1}{11}$.

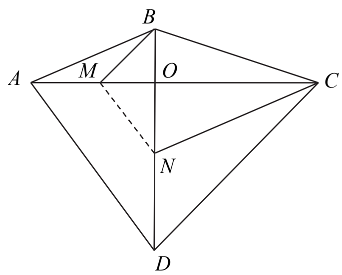
3. $\frac{3}{4}$. **6.** 6.

II. **1.** C. **2.** B. **3.** C. **4.** D.

III. **1.** $\left.\begin{array}{l}\Delta ACD: OM \parallel CD \Rightarrow \frac{OC}{OA}=\frac{MD}{AM}\\ \Delta ABC: ON \parallel AB \Rightarrow \frac{OC}{OA}=\frac{CN}{BN}\end{array}\right\} \Rightarrow \frac{CN}{BN}=\frac{OC}{OA}=\frac{MD}{AM}=\frac{3}{5}$. În ΔBCD: $ON \parallel DC \Rightarrow$

$\Rightarrow \frac{OD}{OB}=\frac{CN}{BN} \Rightarrow \frac{OD}{OB}=\frac{3}{5} \Rightarrow OD = 21$ cm şi $OB = 35$ cm.

2. Fie $AC \cap BD = \{O\}$. În ΔOCD, $BM \parallel CD \Rightarrow$ $\Rightarrow \frac{OM}{OC}=\frac{OB}{OD}$ (1). În ΔAOB, $CN \parallel AB \Rightarrow$ $\Rightarrow \frac{ON}{OB}=\frac{OC}{OA}$ (2). Înmulţind egalităţile (1) şi (2) membru cu membru se obţine: $\frac{OM}{OC}\cdot\frac{OC}{OA} = \frac{OB}{OD}\cdot\frac{ON}{OB} \Rightarrow \frac{OM}{OA}=\frac{ON}{OD} \Rightarrow MN \parallel AD$.



3. $ADME$ este dreptunghi ($m(\sphericalangle A) = m(\sphericalangle D) = m(\sphericalangle E) = 90°$) $\Rightarrow ME = AD$, $MD = AE$; $MD \parallel AC \Rightarrow \frac{AD}{AB}=\frac{CM}{BC} \Rightarrow \frac{ME}{AB}=\frac{CM}{BC}$ (1); $ME \parallel AB \Rightarrow \frac{CM}{BC}=\frac{CE}{AC}$; AM – mediană $\Rightarrow AM = \frac{BC}{2} = CM = BM$; cum $ME \perp AC \Rightarrow ME$ este mediană în $\Delta AMC \Rightarrow$ $\Rightarrow CE = AE \Rightarrow \frac{CM}{BC}=\frac{AE}{AC} \Rightarrow \frac{CM}{BC}=\frac{MD}{AC}$ (2). Din (1) şi (2) $\Rightarrow \frac{ME}{AB}=\frac{MD}{AC} \Rightarrow$ $\Rightarrow \frac{ME}{MD}=\frac{AB}{AC}$.

4. Cum $PM \parallel BC$, aplicând teorema lui Thales obţinem $\frac{PB}{AB}=\frac{CM}{AC}$ (1). Cum $MN \parallel AB$, aplicând teorema lui Thales obţinem $\frac{NB}{BC}=\frac{AM}{AC}$ (2). Din (1) şi (2) rezultă $\frac{PB}{AB}+\frac{NB}{BC}=\frac{CM}{AC}+\frac{AM}{AC}=\frac{AC}{AC}=1$.

Test de autoevaluare – p. 153

I. **1.** 20 cm şi 28 cm.
2. 60 cm.
3. romb.
4. 21 cm.
5. 95 cm.
6. 60°.

II. **1.** C. **2.** A. **3.** D. **4.** B.

III. **1.** $\Delta PDC \sim \Delta PAB$ $(DC \parallel AB) \Rightarrow \frac{PD}{PA} = \frac{PC}{PB} = \frac{DC}{AB} \Rightarrow \frac{PD}{PA} = \frac{PC}{PB} = \frac{1}{3} \Rightarrow \frac{PA-18}{PA} =$ $= \frac{PB-24}{PB} = \frac{1}{3} \Rightarrow PA = 27$ cm; $PB = 36$ cm; $\mathcal{P}_{PAB} = 111$ cm.

2. $\Delta NAP \sim \Delta NDC$ $(PA \parallel CD) \Rightarrow \frac{AN}{DN} = \frac{AP}{CD} \Rightarrow \frac{n}{n+l} = \frac{AP}{l}$ (1); $\Delta MBP \sim \Delta MCD$ $(PB \parallel CD) \Rightarrow \frac{MB}{MC} = \frac{PB}{CD} \Rightarrow \frac{m}{m+l} = \frac{PB}{l}$ (2). Adunând membru cu membru relațiile (1) şi (2) se obține: $\frac{n}{n+l} + \frac{m}{m+l} = 1 \Rightarrow \frac{n}{n+l} = \frac{l}{m+l} \Rightarrow \frac{l}{n} = \frac{m}{l} \Rightarrow$ $\Rightarrow l^2 = mn \Rightarrow l = \sqrt{mn}$.

3. Die $D \in (AB)$ astfel încât $BD \equiv CD$. $\Delta DGM \sim \Delta DAB$ $(GM \parallel AB) \Rightarrow \frac{DG}{AD} = \frac{GM}{AB} =$ $= \frac{DM}{BD} \Rightarrow \frac{DM}{BD} = \frac{1}{3}$ (1); $\Delta DGN \sim \Delta DAC$ $(GN \parallel AC) \Rightarrow \frac{DG}{AG} = \frac{GN}{AC} = \frac{DN}{DC} \Rightarrow$ $\Rightarrow \frac{DN}{DC} = \frac{1}{3}$ (2). Din (1) şi (2) $\Rightarrow \frac{DM+DN}{BD} = \frac{2}{3} \Rightarrow \frac{MN}{24} = \frac{2}{3} \Rightarrow MN = 16$ cm.

4. $\mathcal{P}_{ABD} = 37$ cm.