

Mate 2000 Consolidare
Clasa a VII-a, partea I (2020-2021)
TESTE DE AUTOEVALUARE

– SOLUȚII –

Test de autoevaluare – p. 17

- I.** 1. 100, 121, 144, 169, 196, 225, 256, 289, 324, 361, 400, 441, 484, 529, 576, 625, 676, 729, 784, 841, 900, 961.
2. $\{-18, +18\}$.
3. Falsă.
4. 1000^2 .
5. 9.
6. 8316.
- II.** 1. C. 2. C. 3. B. 4. D.
- III.** 1. $n \in \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$.
2. $x = \frac{1}{20}$.
3. $x = 81^n \cdot 144^n \cdot 625 = (9^n \cdot 12^n \cdot 25)^2 \Rightarrow \sqrt{x} = 25 \cdot 9^n \cdot 12^n$ – număr par.
4. $x = 2019^2$.

Test de autoevaluare – p. 25

- I.** 1. $\frac{49}{36}$.
2. 0,3.
3. -1.
4. 24.
5. -4.
6. 6.
- II.** 1. C. 2. D. 3. C. 4. C.
- III.** 1. $A = 2019^{1009} \in \mathbb{N}$.
2. $a \neq b$; $a, b \in \mathbb{N}^*$; $a \neq 0$, $b \neq 9$; $a + b = 10$; $(a; b) \in \{(2; 8); (3; 7); (4; 6); (6; 4); (7; 3); (8; 2)\}$.

3. $x^2 = \left(18a + 9 + \frac{b}{5}\right) \in \mathbb{N} \Rightarrow 5 \mid b \Rightarrow b = 5; x^2 = 18a + 10; \text{dacă } a = 3 \Rightarrow x^2 = 64 \Rightarrow$
 $\Rightarrow x = 8; \text{dacă } a = 5 \Rightarrow x^2 = 100 \Rightarrow x = 10.$
4. $(a, b, c) \in \{(1; 2; 7); (1; 3; 6); (1; 4; 5); (2; 3; 5)\}.$

Test de autoevaluare – p. 43

- I.** 1. $x \in \{-\sqrt{2}; 4\sqrt{2}\}.$
 2. 1.
 3. $\frac{1}{2}.$
 4. $4\sqrt{6}.$
 5. $2\sqrt{61}.$
 6. $3 - 2\sqrt{2}.$
- II.** 1. D. 2. C. 3. A. 4. D.
- III.** 1. $\mathcal{A} = 4500 \text{ cm}^2.$
 2. 2.
 3. $|x - \sqrt{384}| + |y - \sqrt{150}| + |z - \sqrt{54}| \leq 0; \text{cum } |x - \sqrt{384}| \geq 0, |y - \sqrt{150}| \geq 0 \text{ și } |z - \sqrt{54}| \geq 0 \Rightarrow x = 8\sqrt{6}, y = 5\sqrt{6}, z = 3\sqrt{6} \Rightarrow x + y + z = 16\sqrt{6}.$
 4. *Cazul I:* $8\sqrt{2}, 8\sqrt{2}, x \Rightarrow \mathcal{P} = 16\sqrt{2} + x \Rightarrow 16\sqrt{2} + x = 20\sqrt{2} \Rightarrow x = 4\sqrt{2} \text{ cm};$
Cazul II: $8\sqrt{2}, x, x \Rightarrow \mathcal{P} = 8\sqrt{2} + 2x \Rightarrow 8\sqrt{2} + 2x = 20\sqrt{2} \Rightarrow x = 6\sqrt{2} \text{ cm}.$

Test de autoevaluare – p. 65

- I.** 1. $-\frac{1}{3}.$
 2. $\frac{13}{2}.$
 3. $\frac{\sqrt{6}}{6}.$
 4. 0.
 5. 1.
 6. 2.
- II.** 1. C. 2. C. 3. B. 4. D.
- III.** 1. $\frac{1 + \sqrt{5} - \sqrt{6}}{2}.$

2. $2(\sqrt{3} + \sqrt{2} - 2)$.
3. 2.
4. $a = 1 - \sqrt{2} \Rightarrow a + \sqrt{2} = 1 \Rightarrow b = 1 \in \mathbb{N}$.

Test de autoevaluare – p. 83

- I.**
1. 360° .
 2. congruente.
 3. paralelogram.
 4. 80 cm.
 5. 18 cm.
 6. 65° .
- II.**
1. C. 2. C. 3. D. 4. C.
- III.**
1. Se arată că laturile patrulaterului $MNPQ$ sunt linii mijlocii în triunghiurile din care fac parte.
 2. a) Se arată că $\triangle ADM \equiv \triangle BCD$ (L.U.L.) $\Rightarrow \sphericalangle DAM \equiv \sphericalangle DBC \Rightarrow AM \parallel BC$ și $[AM] \equiv [BC]$; $\triangle AEN \equiv \triangle CEB$ (L.U.L.) $\Rightarrow \sphericalangle EAN \equiv \sphericalangle ECB \Rightarrow AN \parallel BC$ și $[AN] \equiv [BC]$. De unde rezultă (conform axiomei paralelelor) că dreptele AM și AN coincid $\Rightarrow M, A, N$ sunt coliniare.
b) $MN = AM + AN = BC + BC = 2BC$.
 3. $\triangle POD \equiv \triangle QOB$ (U.L.U.) $\Rightarrow [OP] \equiv [OQ]$ (1); $\triangle AOM \equiv \triangle CON$ (U.L.U.) $\Rightarrow [OM] \equiv [ON]$ (2). Din (1) și (2) $\Rightarrow MQNP$ este paralelogram.
 4. $\triangle OMB \equiv \triangle OND$ (U.L.U.) ($OB = OD$, $\sphericalangle OBM \equiv \sphericalangle ODN$, $\sphericalangle MOB \equiv \sphericalangle NOD$) $\Rightarrow [BM] \equiv [DN]$ și, cum $[OB] \parallel [OD]$ (ip.) $\Rightarrow BNDM$ este paralelogram.

Test de autoevaluare – p. 91

- I.**
1. drepte (congruente).
 2. dreptunghi.
 3. dreptunghi.
 4. dreptunghi.
 5. dreptunghi.
 6. 144.
- II.**
1. C. 2. B. 3. C. 4. D.
- III.**
1. $[MT] = [TR]$ (ip.), $[NT] = [TP]$ (ip.) și $m(\sphericalangle NMP) = 90^\circ \Rightarrow MNRP$ este dreptunghi.
 2. Fie $NQ \cap MP = \{O\}$; $m(\sphericalangle NMP) = 30^\circ \Rightarrow m(\sphericalangle MOQ) = 60^\circ$. Deci, $\triangle MOQ$ este echilateral. Cum $QT \perp MP \Rightarrow MT = OT = \frac{MP}{4}$. De unde $MT = \frac{NQ}{4} \Rightarrow NQ = 4MT$.
 3. $ANMP$ – dreptunghi ($MN = AP$ și $MP = AN$). Dar $\triangle PMC$ este dreptunghic isoscel și, deci, $MP = PC$. Rezultă că $MN + MP = AP + PC = AC = \text{constant}$.
 4. $\triangle DAM \equiv \triangle NCD \equiv \triangle NBM$ (L.U.L.) $\Rightarrow [MD] \equiv [MN] \equiv [DN] \Rightarrow \triangle DMN$ este echilateral.

Test de autoevaluare – p. 95

- I.** 1. romb.
2. romb.
3. romb.
4. 12 cm.
5. $67^\circ 30'$.
6. $3\sqrt{3}$ cm.

- II.** 1. B. 2. C. 3. C. 4. D.

- III.** 1. În $\triangle ABM$, ME este linie mijlocie, iar în $\triangle ACM$, MF este linie mijlocie $\Rightarrow ME = MF = \frac{AB}{2}$. Dar și $AE = AF = \frac{AB}{2}$. Deci, $AEMF$ este romb.
2. $\triangle AEH \equiv \triangle CGF$ (L.U.L.) $\Rightarrow [EH] \equiv [FG]$;
 $\triangle EBF \equiv \triangle GDH$ (L.U.L.) $\Rightarrow [EF] \equiv [GH]$.
Așadar, $EFGH$ este paralelogram.
3. Segmentele determinate de mijloacele laturilor rombului sunt două câte două paralele cu diagonalele rombului. Prin urmare, patrulaterul obținut este dreptunghi.
4. $AC \cap BD = \{O\}$, astfel încât $[BO] \equiv [DO]$ și $AC \perp BD$. În $\triangle ABC$: $[BD]$ – bisectoare și înălțime $\Rightarrow \triangle ABC$ – isoscel $\Rightarrow [AB] \equiv [BC]$ și $[AO] \equiv [CO]$. În $\triangle ADC$: $[DB]$ – bisectoare și înălțime $\Rightarrow \triangle ADC$ – isoscel $\Rightarrow [AD] \equiv [DC]$; $\triangle ABO \equiv \triangle ADO$ (C.C.) $\Rightarrow [AB] \equiv [AD] \Rightarrow ABCD$ este romb.

Test de autoevaluare – p. 99

- I.** 1. pătrat.
2. pătrat.
3. pătrat.
4. 6 cm.
5. 18 cm.
6. 64 cm.

- II.** 1. C. 2. B. 3. D. 4. C.

- III.** 1. $\triangle MAB \equiv \triangle MAD$ (L.U.L.) $\Rightarrow \triangle MBD$ este isoscel.
 $[MB] \equiv [MD]$; $m(\sphericalangle BMD) = 45^\circ$; $m(\sphericalangle MBD) = m(\sphericalangle MDB) = 67^\circ 30'$.
2. $MP \parallel AC \Rightarrow MP \perp AB$, $MN \parallel AB \Rightarrow MN \perp AC$ și, cum $[AM]$ este bisectoarea $\sphericalangle BAC \Rightarrow [MN] \equiv [MP]$ (1), dar $m(\sphericalangle MPA) = m(\sphericalangle PAN) = m(\sphericalangle MNA) = 90^\circ$ (2). Atunci din (1) și (2) rezultă că $APMN$ este pătrat.
3. $\triangle ADG \equiv \triangle DCF \equiv \triangle CBE \equiv \triangle BAH$ (C.U.) $\Rightarrow [DG] \equiv [CF] \equiv [BE] \equiv [AH] \Rightarrow [GC] \equiv [FB] \equiv [AE] \equiv [DH] \Rightarrow AGCE$ și $BHDF$ – paralelograme $\Rightarrow MNPQ$ – paralelogram. Cum $m(\sphericalangle AQH) = m(\sphericalangle DPG) = m(\sphericalangle CNF) = m(\sphericalangle BME) = 90^\circ \Rightarrow MNPQ$ – dreptunghi (1). Deoarece $\triangle AQH \equiv \triangle DPG \equiv \triangle CNF \equiv \triangle BME$ (I.U.) $\Rightarrow$

$\Rightarrow [HQ] \equiv [PG] \equiv [FN] \equiv [ME]$ și $[AQ] \equiv [DP] \equiv [CN] \equiv [BM] \Rightarrow [MN] \equiv [NP] \equiv [PQ] \equiv [QM]$ (2). Din (1) și (2) $\Rightarrow MNPQ$ – pătrat.

4. Laturile patrulaterului $MNPQ$ sunt linii mijlocii în triunghiurile din care fac parte. Deci, $MNPQ$ – pătrat.

Test de autoevaluare – p. 109

- I.** 1. baze.
2. isoscel.
3. dreptunghic.
4. isoscel.
5. linie mijlocie.
6. modulul semidiferenței lungimilor bazelor.

- II.** 1. B. 2. D. 3. C. 4. D.

- III.** 1. MN este linie mijlocie în $\triangle ABC \Rightarrow MN \parallel BC \Rightarrow MN \parallel PD$ (1); $MD = \frac{AB}{2}$

(mediana din $\angle D$ în triunghiul dreptunghic ADB) și $PN = \frac{AB}{2}$ (linie mijlocie în

$\triangle ABC$) $\Rightarrow MD = PN$ (2). Din (1) și (2) $\Rightarrow MNPQ$ trapez isoscel.

2. Fie $ABCD$ un trapez isoscel cu $AB \parallel CD$, $AB > CD$ și $[AD] \equiv [BC]$, iar M, N, P, Q mijloacele laturilor $[AB]$, $[BC]$, $[CD]$ și, respectiv, $[AD]$. Cum $[AC] \equiv [BD]$, iar laturile patrulaterului $MNPQ$ sunt linii mijlocii în triunghiurile din care fac parte, rezultă că $[MN] \equiv [NP] \equiv [PQ] \equiv [QM] \Rightarrow MNPQ$ este romb.

3. Fie $E \in (CD)$, astfel încât $[CE] \equiv [DE] \Rightarrow CE = DE = \frac{CD}{2} = AB$. Deci, $AB \parallel CE$ și $[AB] \equiv [CE]$, așadar $ABCE$ este paralelogram. Cum AC și BE sunt diagonale și $AC \cap BE = \{F\} \Rightarrow [AF] \equiv [CF]$.

4. $MN = \frac{AB - CD}{2} = \frac{28 - 12}{2} = \frac{16}{2} = 8$ cm.

Test de autoevaluare – p. 115

- I.** 1. 96.
2. 400.
3. 360.
4. 864.
5. 324.
6. 400.

- II.** 1. D. 2. C. 3. B. 4. A.

III. 1. Fie $BE \cap CF = \{G\} \Rightarrow G$ este centru de greutate $\Rightarrow BG = \frac{2}{3}BE \Rightarrow BG = 18$ cm;

$$CG = \frac{2}{3}CF \Rightarrow CG = 24 \text{ cm}; \text{ cum } \mathcal{A}_{ABC} = 3\mathcal{A}_{BCG} \text{ și } \mathcal{A}_{BCG} = \frac{BG \cdot GC}{2} \Rightarrow \mathcal{A}_{ABC} = 648 \text{ cm}^2.$$

$$2. \mathcal{A}_{ABCD} = \mathcal{A}_{ADC} + \mathcal{A}_{ABC} = \frac{AC \cdot DO}{2} + \frac{AC \cdot BO}{2} = \frac{AC \cdot BD}{2} = 6480 \text{ cm}^2.$$

$$3. \frac{L}{5} = \frac{l}{3} \Rightarrow \frac{L}{20} = \frac{l}{9} = k \Rightarrow L = 20k, l = 9k; \text{ cum } \mathcal{P} = 58k \Rightarrow k = 2 \Rightarrow \mathcal{A} = 720 \text{ cm}^2.$$

$$4. \mathcal{A}_{ADP} = \mathcal{A}_{BCP} = \frac{1}{2} \mathcal{A}_{ABP} \Rightarrow \mathcal{A}_{ABCD} = 2\mathcal{A}_{ABP}; m(\angle APD) = \frac{180^\circ - m(\angle D)}{2}; m(\angle BPC) = \frac{180^\circ - m(\angle C)}{2} \Rightarrow m(\angle APB) = 180^\circ - [m(\angle APD) + m(\angle BPC)] = 180^\circ - \frac{360^\circ - [m(\angle C) + m(\angle D)]}{2} = 180^\circ - \frac{360^\circ - 180^\circ}{2} = 90^\circ \Rightarrow AP \perp BP \Rightarrow \mathcal{A}_{ABCD} = 2 \cdot \frac{AP \cdot BP}{2} = AP \cdot BP.$$

Test de autoevaluare – p. 133

- I.** 1. 60° .
2. 6 cm.
3. 90° .
4. 70° .
5. 220° .
6. 100° .

II. 1. B. 2. C. 3. B. 4. D.

- III.** 1. a) $m(\widehat{AD}) = 50^\circ$; $m(\widehat{BCD}) = 180^\circ$; $m(\widehat{ADC}) = 160^\circ$; $m(\widehat{DAB}) = 180^\circ$; $m(\widehat{ABC}) = 200^\circ$; b) $m(\angle A) = 90^\circ$; $m(\angle B) = 80^\circ$; $m(\angle C) = 90^\circ$; $m(\angle D) = 100^\circ$.
2. a) $m(\widehat{AB}) = 120^\circ$; b) $m(\widehat{CD}) = 60^\circ$.
3. $m(\widehat{AN}) = 50^\circ$; $m(\widehat{AP}) = 60^\circ$; $m(\widehat{BM}) = 70^\circ$; $m(\widehat{BP}) = 60^\circ$; $m(\widehat{CN}) = 50^\circ$; $m(\widehat{CM}) = 70^\circ$.
4. $m(\widehat{MP}) = 100^\circ$; $m(\widehat{MQ}) = 80^\circ$; $m(\widehat{PN}) = 80^\circ$; $m(\widehat{QN}) = 100^\circ$.

Test de autoevaluare – p. 145

- I.** 1. $\frac{5}{3}$. 4. $\frac{2}{3}$.
 2. 27,5. 5. $\frac{1}{11}$.
 3. $\frac{3}{4}$. 6. 6.

- II.** 1. C. 2. B. 3. C. 4. D.

III. 1.
$$\left. \begin{array}{l} \Delta ACD : OM \parallel CD \Rightarrow \frac{OC}{OA} = \frac{MD}{AM} \\ \Delta ABC : ON \parallel AB \Rightarrow \frac{OC}{OA} = \frac{CN}{BN} \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{CN}{BN} = \frac{OC}{OA} = \frac{MD}{AM} = \frac{3}{5}. \text{ În } \Delta BCD : ON \parallel DC \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{OD}{OB} = \frac{CN}{BN} \Rightarrow \frac{OD}{OB} = \frac{3}{5} \Rightarrow OD = 21 \text{ cm și } OB = 35 \text{ cm.}$$

2. Fie $AC \cap BD = \{O\}$. În ΔOCD , $BM \parallel CD \Rightarrow$

$$\Rightarrow \frac{OM}{OC} = \frac{OB}{OD} \quad (1). \text{ În } \Delta AOB, CN \parallel AB \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{ON}{OB} = \frac{OC}{OA} \quad (2). \text{ Înmulțind egalitățile (1) și (2)}$$

$$\text{membru cu membru se obține: } \frac{OM}{OC} \cdot \frac{OC}{OA} =$$

$$= \frac{OB}{OD} \cdot \frac{ON}{OB} \Rightarrow \frac{OM}{OA} = \frac{ON}{OD} \Rightarrow MN \parallel AD.$$

3. $ADME$ este dreptunghi ($m(\angle A) = m(\angle D) = m(\angle E) = 90^\circ$) $\Rightarrow ME = AD$, $MD = AE$;

$$MD \parallel AC \Rightarrow \frac{AD}{AB} = \frac{CM}{BC} \Rightarrow \frac{ME}{AB} = \frac{CM}{BC} \quad (1); ME \parallel AB \Rightarrow \frac{CM}{BC} = \frac{CE}{AC}; AM - \text{me-}$$

$$\text{diană} \Rightarrow AM = \frac{BC}{2} = CM = BM; \text{ cum } ME \perp AC \Rightarrow ME \text{ este mediană în } \Delta AMC \Rightarrow$$

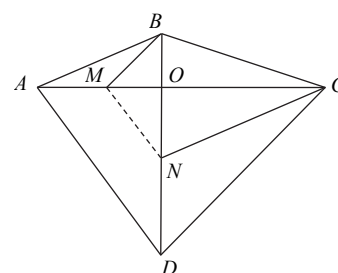
$$\Rightarrow CE = AE \Rightarrow \frac{CM}{BC} = \frac{AE}{AC} \Rightarrow \frac{CM}{BC} = \frac{MD}{AC} \quad (2). \text{ Din (1) și (2) } \Rightarrow \frac{ME}{AB} = \frac{MD}{AC} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{ME}{MD} = \frac{AB}{AC}.$$

4. Cum $PM \parallel BC$, aplicând teorema lui Thales obținem $\frac{PB}{AB} = \frac{CM}{AC} \quad (1)$. Cum $MN \parallel AB$,

$$\text{aplicând teorema lui Thales obținem } \frac{NB}{BC} = \frac{AM}{AC} \quad (2). \text{ Din (1) și (2) rezultă}$$

$$\frac{PB}{AB} + \frac{NB}{BC} = \frac{CM}{AC} + \frac{AM}{AC} = \frac{AC}{AC} = 1.$$



Test de autoevaluare – p. 153

- I.** 1. 20 cm și 28 cm.
2. 60 cm.
3. romb.
4. 21 cm.
5. 95 cm.
6. 60° .

- II.** 1. C. 2. A. 3. D. 4. B.

III. 1. $\triangle PDC \sim \triangle PAB$ ($DC \parallel AB$) $\Rightarrow \frac{PD}{PA} = \frac{PC}{PB} = \frac{DC}{AB} \Rightarrow \frac{PD}{PA} = \frac{PC}{PB} = \frac{1}{3} \Rightarrow \frac{PA-18}{PA} = \frac{PB-24}{PB} = \frac{1}{3} \Rightarrow PA = 27$ cm; $PB = 36$ cm; $\mathcal{P}_{PAB} = 111$ cm.

2. $\triangle NAP \sim \triangle NDC$ ($PA \parallel CD$) $\Rightarrow \frac{AN}{DN} = \frac{AP}{CD} \Rightarrow \frac{n}{n+l} = \frac{AP}{l}$ (1); $\triangle MBP \sim \triangle MCD$ ($PB \parallel CD$) $\Rightarrow \frac{MB}{MC} = \frac{PB}{CD} \Rightarrow \frac{m}{m+l} = \frac{PB}{l}$ (2). Adunând membru cu membru relațiile (1) și (2) se obține: $\frac{n}{n+l} + \frac{m}{m+l} = 1 \Rightarrow \frac{n}{n+l} = \frac{l}{m+l} \Rightarrow \frac{l}{n} = \frac{m}{l} \Rightarrow l^2 = mn \Rightarrow l = \sqrt{mn}$.

3. Die $D \in (AB)$ astfel încât $BD \equiv CD$. $\triangle DGM \sim \triangle DAB$ ($GM \parallel AB$) $\Rightarrow \frac{DG}{AD} = \frac{GM}{AB} = \frac{DM}{BD} \Rightarrow \frac{DM}{BD} = \frac{1}{3}$ (1); $\triangle DGN \sim \triangle DAC$ ($GN \parallel AC$) $\Rightarrow \frac{DG}{AG} = \frac{GN}{AC} = \frac{DN}{DC} \Rightarrow \frac{DN}{DC} = \frac{1}{3}$ (2). Din (1) și (2) $\Rightarrow \frac{DM+DN}{BD} = \frac{2}{3} \Rightarrow \frac{MN}{24} = \frac{2}{3} \Rightarrow MN = 16$ cm.

4. $\mathcal{P}_{ABD} = 37$ cm.