Marin Chirciu Marian Haiducu Octavian Stroe
Marius Antonescu Florin Antohe Lucia Popa Agnes Voica

Matematică

algebră, geometrie

Caiet de lucru. Clasa a VIII-a
Partea a II-a

✔ Modalităţi de lucru diferenţiate
✔ Pregătire suplimentară prin planuri individualizate

Soluțiile testelor de autoevaluare pot fi consultate la adresa:
http://www.edituraparalela45.ro/wp-content/uploads/2018/01/solutii_teste_de_autoevaluare_consolidare_clasa8_sem2_2018.pdf

Editura Paralela 45

Lucrare elaborată în conformitate cu Programa școlară în vigoare pentru clasa a VIII-a, aprobată prin Ordinul Ministrului Educației, Cercetării și Inovării nr. 5097/09.09.2009.

Redactare: Daniel Mitran
Tehnoredactare: Carmen Rădulescu, Mioara Benza
Corectură: Andreea Cîrstea, Olimpia Filip
Pregătire de tipar: Marius Badea
Design copertă: Ionuț Broștianu

Descrierea CIP a Bibliotecii Naționale a României
Matematică - consolidare : algebră, geometrie : caiet de lucru : clasa a VIII-a / Marin Chirciu, Marian Haiducu, Marius Antonescu, ... - Pitești : Paralela 45, 2017
2 vol.
ISBN 978-973-47-2606-6
Partea 2. - 2018. - ISBN 978-973-47-2678-3

I. Chirciu, Marin
II. Haiducu, Marian
III. Antonescu, Marius

51

ALGEBRĂ Capitolul I. *FUNCȚII*

1 Noțiunea de funcție

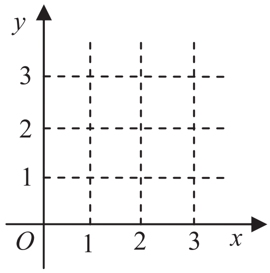
Competența:
Recunoaşterea unor corespondenţe care sunt funcţii

Ce ştiu

În cadrul operațiilor cu mulțimi am definit **produsul cartezian** a două mulțimi.

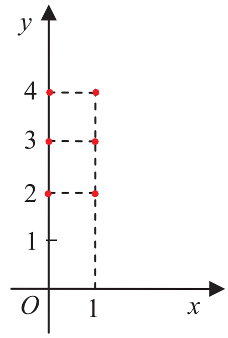
Reamintim:
• Prin **produsul cartezian** al mulțimilor nevide A şi B, notat $A \times B$, înțelegem mulțimea ale cărei elemente sunt perechile ordonate formate cu primul element din A şi al doilea element din B.
Scriem: $A \times B = \{(a, b) \mid a \in A \text{ şi } b \in B\}$.

Exemplu: $A = \{0, 1\}$, $B = \{2, 3, 4\}$.
$A \times B = \{(0, 2), (0, 3), (0, 4), (1, 2), (1, 3), (1, 4)\}$;
$B \times A = \{(2, 0), (2, 1), (3, 0), (3, 1), (4, 0), (4, 1)\}$.
Observăm că $A \times B \neq B \times A$.



Să considerăm în plan un sistem ortogonal de axe xOy. Fiecărei perechi ordonate de numere reale (a, b) i se asociază un punct în plan $M(a, b)$ de abscisă a şi ordonată b. Dacă asociem tuturor elementelor produsului cartezian $A \times B$ puncte în plan, obținem **reprezentarea geometrică** a produsului cartezian $A \times B$ în planul cu reperul xOy.

Pentru exemplul anterior, $A = \{0, 1\}$ şi $B = \{2, 3, 4\}$, obținem următoarea reprezentare geometrică a produsului cartezian $A \times B$.



Reprezentarea geometrică a mulțimii $A \times B$ este mulțimea celor 6 puncte roşii.

Temă. Reprezintă tu produsul cartezian $B \times A$.

Ce aflu

În clasa a VII-a am vorbit despre dependențe funcționale. Aici am văzut că există mărimi fizice care depind de alte mărimi. De exemplu, aria ($\mathscr{A}$) unui pătrat depinde de lungimea (l) laturii acestuia (vezi tabelul următor).

l (cm)	1	2	3	4	5
$\mathscr{A}$(cm^2)	1	4	9	16	25

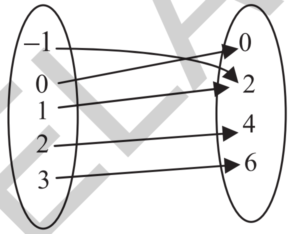
La baza noțiunii de **funcție** stă o astfel de corespondență între două mulțimi.

Definiţie: Fie A şi B două mulțimi nevide. O corespondență (lege, procedeu) care asociază **oricărui** element din A un **singur** element din B se numeşte **funcție** definită pe A cu valori în B.

Se notează: $f: A \to B$.
Se citeşte: f definită pe A cu valori în B.
Mulţimea A se numeşte **domeniul de definiţie** al funcţiei, iar mulţimea B se numeşte **codomeniul funcţiei**. Dacă elementului a din A îi corespunde elementul b din B **scriem** $b = f(a)$ şi **citim** b este valoarea funcţiei f în a (sau b este imaginea elementului a).

Exemplu:

x	-1	0	1	2	3
$f(x)$	2	0	2	4	6



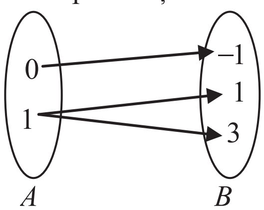
Tabelul descrie o funcţie $f: \{-1, 0, 1, 2, 3\} \to \{0, 2, 4, 6\}$.
Putem scrie $f(-1) = 2; f(0) = 0; f(1) = 2; f(2) = 4; f(3) = 6$.
Corespondenţa de mai sus poate fi organizată şi prin diagrama alăturată.

Tabelul sau diagrama pot fi exprimate şi prin formula $f(x) = 2|x|$.

Atenţie! Nu orice corespondenţă dintre două mulţimi A şi B reprezintă o funcţie în sensul definiţiei de mai sus.

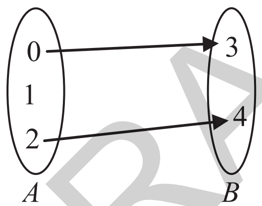
Exemple de corespondenţe care nu sunt funcţii:

Exemplul 1:



În acest caz, lui 1 din A îi corespund două valori din B, adică nu respectă definiţia în care se precizează că oricărui element din A îi corespunde un **singur** element din B.

Exemplul 2:



În acest caz, lui 1 din A nu îi corespunde niciun element din B (în definiţie se precizează că **oricărui** element din A trebuie să îi corespundă un singur element din B).

Reţine! Pentru a defini o funcţie, trebuie definite cele trei componente:
1. Domeniul de definiţie, A.
2. Codomeniul (mulţimea în care funcţia ia valori), B.
3. Legea de corespondenţă (sau procedeul) care asociază **oricărui** element din domeniul A un **singur** element în codomeniul B.

Definiţie: Două funcţii $f: A \to B$ şi $g: C \to D$ sunt egale dacă şi numai dacă $A = C$, $B = D$ şi $f(x) = g(x)$, pentru orice $x \in A$.
Exemplu: Funcţiile definite prin formulele $f: \{-1, 0, 1\} \to \mathbb{N}, f(x) = x^2$, $g: \{-1, 0, 1\} \to \mathbb{N}, g(x) = x^4$ sunt egale deoarece au acelaşi domeniu de definiţie, $\{-1, 0, 1\}$, au acelaşi codomeniu, $\mathbb{N}$ şi realizează aceeaşi corespondenţă, $f(-1) = g(-1) = 1, f(0) = g(0) = 0, f(1) = g(1) = 1$.

Definiţie: Se numeşte **funcţie numerică** funcţia $f: A \to B$, unde A şi B sunt submulţimi ale lui $\mathbb{R}$.

2 Funcții definite pe mulțimi finite exprimate cu ajutorul unor diagrame, tabele, formule

Competența:
Reprezentarea în diverse moduri a unor corespondenţe şi/sau a unor funcţii în scopul caracterizării acestora

Ce știu

Noțiunea de funcție este una dintre cele mai importante noțiuni ale matematicii.
Pentru a defini o funcție, trebuie să știm:

1. Domeniul de definiție.
2. Codomeniul (mulțimea în care funcția ia valori).
3. Legea (procedeul) care asociază **oricărui** element $a \in A$, un element **unic** $b \in B$.

Ce aflu

Funcția poate fi definită în mai multe moduri:

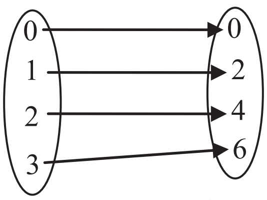
1. Prin **tabel** (aşezarea elementelor codomeniului sub elementele domeniului cărora le corespund).

Exemplu:

x	0	1	2	3
$f(x)$	0	2	4	6

2. Prin **diagramă** (corespondența dintre elementele domeniului şi cele ale codomeniului se face prin săgeți).

Exemplu:



3. Prin **formulă** (corespondența dintre x şi $f(x)$ se realizează prin proprietatea care leagă pe $f(x)$ de x).
Exemplu: $f(x) = 2x$.
Observaţie: Cele trei exemple de mai sus reprezintă modurile în care se poate defini funcția

$$f:\{0, 1, 2, 3\} \to \{0, 2, 4, 6\}, f(x) = 2x.$$

Remarci:

1. Dacă domeniul de definiție este o funcție **finită** şi are un număr mic de elemente, putem defini funcția prin **tabel** sau **diagramă**.

2. Dacă domeniul de definiție este o funcție **infinită** sau **finită**, dar are un număr mare de elemente, putem defini funcția prin **formulă**.

Pentru mate-campioni

Teoremă: Fie funcția $f: A \to B$, unde A şi B sunt mulțimi finite. Numărul funcțiilor $f: A \to B$ este:

$$(\text{card } B)^{\text{card } A}.$$

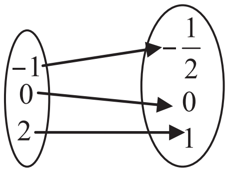
Ce am înțeles

1. Se consideră funcția dată prin tabelul:

x	-2	-1	0	1	2	3
$f(x)$	-4	-2	0	2	4	6

a) Care este diagrama funcției?
b) Scrie formula care definește funcția de mai sus.

2. Se consideră funcția dată prin diagrama:



a) Întocmește tabelul care definește funcția.
b) Scrie formula corespunzătoare funcției.

3. Se consideră funcția dată prin formula:

$f: \{-2, 0, 1, 3\} \to \{-6, 0, 3, 9\}, f(x) = 3x.$

a) Întocmește tabelul corespunzător acestei funcții.
b) Realizează diagrama funcției de mai sus.

Știu cum să rezolv

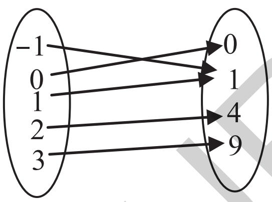
1 Funcția f este dată prin tabelul:

x	-1	0	1	2	3
$f(x)$	1	0	1	4	9

a) Precizează diagrama funcției.
b) Scrie formula care definește funcția de mai sus.

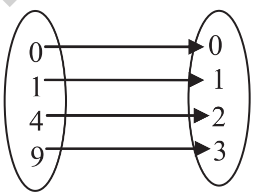
Soluţie:

a)



b) $f: \{-1, 0, 1, 2, 3\} \to \{1, 0, 4, 9\}, f(x) = x^2.$

2 Funcția f este dată prin diagrama:



a) Întocmeşte tabelul funcției.
b) Scrie formula care definește funcția de mai sus.

Soluţie:

a)

x	0	1	4	9
$f(x)$	0	1	2	3

b) $f: \{0, 1, 4, 9\} \to \{0, 1, 2, 3\}, f(x) = \sqrt{x}$.

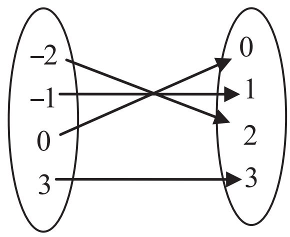
3 Funcția f este dată prin formula:
$f: \{-2, -1, 0, 3\} \to \{0, 1, 2, 3\}, f(x) = |x|.$
a) Întocmeşte tabelul funcției.
b) Realizează diagrama funcției de mai sus.

Soluţie:

a)

x	-2	-1	0	3
$f(x)$	2	1	0	3

b)



TESTUL 1

Subiectul I. ***Pe foaia de examen scrie numai rezultatele.*** **(30 puncte)**

5p **1.** Rezultatul calculului 25 – 25 : 5 este egal cu … .

5p **2.** Dacă $\frac{x}{5}=\frac{10}{50}$, atunci numărul x este egal cu … .

5p **3.** Numărul natural din intervalul (1, 3) este egal cu … .

5p **4.** Rombul $ABCD$ are diagonalele $AC = 8$ cm, $BD = 6$ cm. Lungimea laturii AB a acestui romb este egală cu … cm.

5p **5.** Secțiunea axială a unui cilindru circular drept este un pătrat cu latura de lungime 10 cm. Volumul acestui cilindru este egal cu … cm^3.

5p **6.** În tabelul de mai jos este prezentată repartiția elevilor unei clase a VIII-a, în funcție de notele obținute la teza de matematică pe semestrul I.

Notă la teză	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Număr de elevi	0	0	1	1	3	4	6	7	6	4

Conform tabelului, numărul elevilor care au obținut la teză cel puțin nota 9 este mai mare decât numărul elevilor care au obținut cel mult nota 5 cu … .

Subiectul al II-lea. ***Pe foaia de examen scrie rezolvările complete.*** **(30 puncte)**

5p **1.** Desenează, pe foaia de examen, o piramidă triunghiulară regulată cu vârful V şi baza ABC.

5p **2.** Arată că suma numerelor $x=\left(\sqrt{3}+\frac{5}{\sqrt{3}}\right)\sqrt{3}-\left(\sqrt{5}+\frac{1}{\sqrt{5}}\right)\sqrt{5}$ şi $y=\frac{12}{7}\cdot\left(\frac{3}{4\sqrt{7}}+\frac{4}{3\sqrt{7}}\right):\frac{1}{\sqrt{343}}$ este cubul unui număr natural.

5p **3.** Perimetrul unui dreptunghi este egal cu 110 cm. Determină lungimea şi lățimea acestui dreptunghi, ştiind că, dacă am mări lățimea dreptunghiului cu 5 cm şi am micşora lungimea acestuia cu 10 cm, am obține un dreptunghi cu aria egală cu aria dreptunghiului inițial.

4. Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x) = 4x + 1$.

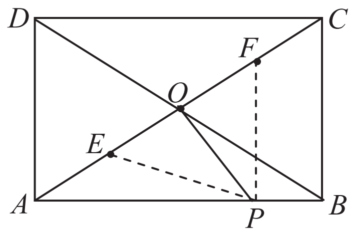
5p **a)** Reprezintă grafic funcția f într-un sistem de coordonate xOy.

5p **b)** Calculează tangenta unghiului format de graficul funcției f cu axa Oy a sistemului xOy.

5p **5.** Se consideră expresia $E(x)=\left(\frac{x}{x+3}-\frac{4}{3-x}-\frac{8x}{x^2-9}\right):\frac{(x-3)^2-1}{x^2+x-6}$, unde x este număr real, $x\neq-3$, $x\neq2$, $x\neq3$ şi $x\neq4$. Arată că $E(x) = 1$, pentru orice x număr real, $x\neq-3$, $x\neq2$, $x\neq3$ şi $x\neq4$.

Subiectul al III-lea. ***Pe foaia de examen scrie rezolvările complete.*** **(30 puncte)**

1. În figura alăturată, $ABCD$ este un dreptunghi cu $AB > BC$ şi $AC = 8$ cm, iar punctul O este intersecția diagonalelor dreptunghiului. Punctele E şi F sunt mijloacele segmentelor AO, respectiv CO, iar punctul P aparține laturii AB astfel încât $PE = PF$.



5p **a)** Arată că $EO = 2$ cm.

5p **b)** Demonstrează că triunghiurile AOP şi ABC sunt asemenea.

5p **c)** Arată că, dacă triunghiul PEF este echilateral, atunci $AB=\frac{16}{\sqrt{7}}$ cm.

Cuprins