

Nume: .....

Prenume: .....

Clasă: .....

Școală: .....

.....

Colecția **MATE 2000 +**  
Inițiere, ameliorare și dezvoltare

*Acest auxiliar didactic este aprobat pentru utilizarea în unitățile de învățământ preuniversitar prin O.M.E.N. nr. 3530/04.04.2018.*

*Lucrarea este elaborată în conformitate cu Programul școlar în vigoare pentru clasa a VII-a, aprobată prin O.M.E.C.I. nr. 5097/09.09.2009.*

**Referință științifică:** Lucrarea a fost definitivată prin contribuția și recomandările Comisiei științifice și metodice a publicațiilor Societății de Științe Matematice din România. Aceasta și-a dat avizul favorabil în ceea ce privește alcătuirea și conținutul matematic.

Redactare: Daniel Mitran

Tehnoredactare: Carmen Rădulescu

Pregătire de tipar & design copertă: Marius Badea

**Descrierea CIP a Bibliotecii Naționale a României**  
**TUDOR, ION**

**Matematică : algebră, geometrie : caiet de lucru : clasa a VII-a / Ion**

Tudor. - Ed. a 2-a. - Pitești : Paralela 45, 2018-  
2 vol.

ISBN 978-973-47-2756-8

**Partea 2.** - 2018. - ISBN 978-973-47-2868-8

51

**COMENZI – CARTEA PRIN POȘTĂ**

EDITURA PARALELA 45

Bulevardul Republicii, Nr. 148, Clădirea C1, etaj 4, Pitești,  
jud. Argeș, cod 110177

Tel.: 0248 633 130; 0753 040 444; 0721 247 918

Tel./fax: 0248 214 533; 0248 631 439; 0248 631 492

E-mail: [comenzi@edituraparelela45.ro](mailto:comenzi@edituraparelela45.ro)

sau accesați [www.edituraparelela45.ro](http://www.edituraparelela45.ro)

Tiparul executat la tipografia *Editurii Paralela 45*

E-mail: [tipografie@edituraparelela45.ro](mailto:tipografie@edituraparelela45.ro)

Copyright © Editura Paralela 45, 2018

Prezenta lucrare folosește denumiri ce constituie mărci înregistrate,  
iar conținutul este protejat de legislația privind dreptul de proprietate intelectuală.

Ion TUDOR

# matematică

algebră, geometrie

- Modalități de lucru diferențiate
- Pregătire suplimentară prin planuri individualizate

Caiet de lucru

Partea a II-a

7

Ediția a II-a



Editura Paralela 45

# CAPITOLUL V

## Elemente de organizare a datelor

### Competențe specifice

- Identificarea unor corespondențe între diferite reprezentări ale aceluiași date
- Reprezentarea unor date sub formă de grafice, tabele sau diagrame statistice în vederea înregistrării, prelucrării și prezentării acestora
- Alegerea metodei adecvate de rezolvare a problemelor în care intervin dependențe funcționale sau calculul probabilităților
- Caracterizarea și descrierea unor elemente geometrice într-un sistem de axe ortogonale
- Analizarea unor situații practice cu ajutorul elementelor de organizare a datelor
- Transpunerea unei relații dintr-o formă în alta

### Lecția 13. Produsul cartezian a două mulțimi nevide



#### Ce trebuie să știm

**Definiție:** Produsul cartezian a două mulțimi nevide  $A$  și  $B$ , notat  $A \times B$ , este mulțimea formată cu perechile ordonate  $(a, b)$ , unde  $a \in A$  și  $b \in B$ .

$$A \times B = \{(a, b) \mid a \in A \text{ și } b \in B\}.$$

#### Observații:

1.  $(a, b) \neq (b, a)$ , dacă  $a \neq b$ .
2.  $A \times B \neq B \times A$ , dacă  $A \neq B$ .

**Teoremă:** Dacă  $\text{card } A = m$  și  $\text{card } B = n$ , atunci  $\text{card}(A \times B) = m \cdot n$ .



#### Înțelegere \* Identificare (Să rezolvăm împreună)

1. Se consideră mulțimile  $A = \{d, f\}$  și  $B = \{p, b\}$ . Determinați  $A \times B$ .

**Soluție:**  $A \times B = \{(d, p), (d, b), (f, p), (f, b)\}$ .

2. Se consideră mulțimile  $E = \{x \in \mathbb{N}^* \mid x < 3\}$  și  $F = \{y \in \mathbb{Z} \mid |y| < 2\}$ .

- a) Nominalizați elementele mulțimilor  $E$  și  $F$ .
- b) Determinați mulțimile  $E \times F$  și  $F \times E$ .

**Soluție:** a)  $E = \{x \in \mathbb{N}^* \mid x < 3\} = \{1, 2\}$ ,  $F = \{y \in \mathbb{Z} \mid |y| < 2\} = \{-1, 0, 1\}$ .

- b)  $E \times F = \{(1, -1), (1, 0), (1, 1), (2, -1), (2, 0), (2, 1)\}$  și  
 $F \times E = \{(-1, 1), (-1, 2), (0, 1), (0, 2), (1, 1), (1, 2)\}$ .



11. Determinați card  $M$  și card  $N$ , știind că:

a)  $\text{card } M \times N = 15$ ;

b)  $\text{card } N \times M = 12$ .

12. Dacă  $(x, y) \in A \times B$  și  $(y, x) \in A \times B$ , stabiliți valoarea de adevăr a propozițiilor:

a)  $\{x, y\} \subset A \cap B$ ;       b)  $\{x, y\} \subset A \setminus B$ ;       c)  $\{x, y\} \not\subset B \setminus A$ .

13. Dacă  $(x, y) \in E \times F$  și  $(x, y) \in F \times E$ , stabiliți valoarea de adevăr a propozițiilor:

a)  $\{x, y\} \not\subset E \cap F$ ;       b)  $\{x, y\} \not\subset F \setminus E$ ;       c)  $\{x, y\} \subset E \setminus F$ .



### Dezvoltare (Putem mai mult)

14. Determinați card  $E \times F$ , unde  $E = \{x \in \mathbb{Z} \mid |1 - 2x| \leq 3\}$  și  $F = \left\{x \in \mathbb{Z} \mid \frac{3x+7}{2x+3} \in \mathbb{N}\right\}$ .

15. Determinați card  $A \times B$  pentru mulțimile:

$$A = \{\overline{abc} \mid \sqrt{a+b+c} \in \mathbb{N}^* \text{ și } \sqrt{a \cdot b \cdot c} \in \mathbb{N}^*\} \text{ și } B = \{\overline{xyz} \mid \overline{xyz} = (1+2+3+\dots+yz) - 5x\}.$$

## Lecția 14. Reprezentarea punctelor în plan cu ajutorul sistemului de axe ortogonale



### Ce trebuie să știm

**Definiție:** Prin **sistem de axe ortogonale** înțelegem figura formată din două axe ale numerelor care sunt perpendiculare și care au drept origine punctul lor de intersecție.

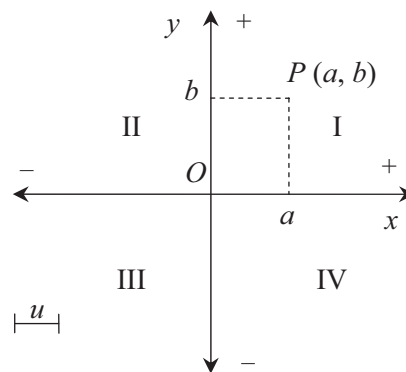
În figura alăturată,  $xOy$  este un sistem de axe ortogonale cu originea în punctul  $O$ . Dreapta  $Ox$  se numește **axa absciselor**, dreapta  $Oy$  se numește **axa ordonatelor**, iar segmentul de lungime  $u$  a fost ales drept unitate de măsură.

Sistemul de axe ortogonale  $xOy$  împarte planul în patru părți numite **cadrane**, notate cu cifrele romane I, II, III și IV ca în figură.

Fiecărei perechi de numere  $(a, b) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R}$  îi asociem ca în figură un punct  $P$ , notat  $P(a, b)$  și care se citește „punctul  $P$  de abscisă  $a$  și ordonată  $b$ ” sau „punctul  $P$  de coordonate  $a$  și  $b$ ”.

**Observație:** Fie  $M$  mijlocul segmentului  $[AB]$ . Dacă  $A(x_1, y_1)$  și  $B(x_2, y_2)$ , atunci

$$M\left(\frac{x_1+x_2}{2}, \frac{y_1+y_2}{2}\right).$$



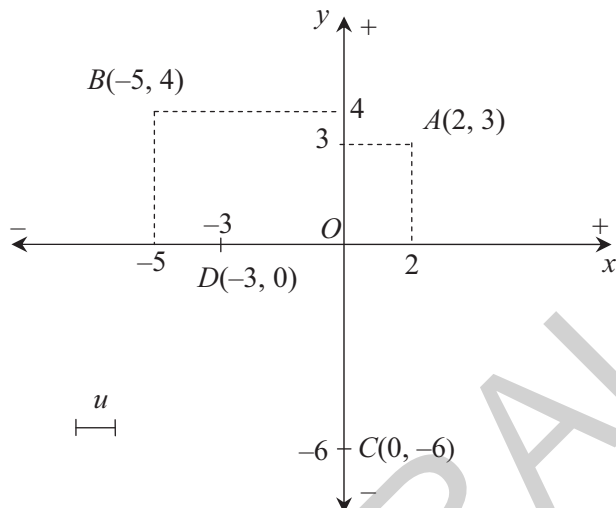


## Înțelegere \* Identificare (Să rezolvăm împreună)

1. Reprezentați într-un sistem de axe ortogonale  $xOy$  următoarele puncte:

- a)  $A(2, 3)$ ;      b)  $B(-5, 4)$ ;      c)  $C(0, -6)$ ;      d)  $D(-3, 0)$ .

**Soluție:**



2. Reprezentați într-un sistem de axe ortogonale  $xOy$  punctele  $E(-4, 0)$  și  $F(0, 3)$  și apoi calculați:

a)  $\mathcal{A}_{EOF}$ ;

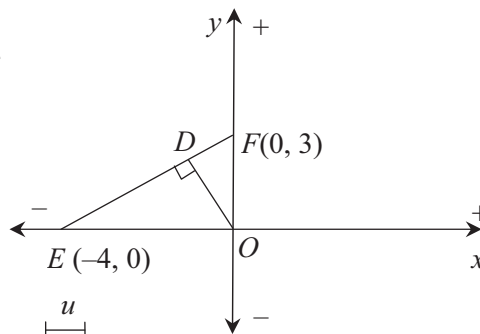
b)  $\mathcal{P}_{EOF}$ ;

c)  $d(O, EF)$ .

**Soluție:** a)  $\mathcal{A}_{EOF} = \frac{|OE \cdot OF|}{2} = \frac{4 \cdot 3}{2} = 6u^2$ ;

b) Aplicând teorema lui Pitagora în  $\triangle OEF$ , obținem  $EF = 5u$ , deci  $\mathcal{P}_{EOF} = 12u$ ;

c) Construim  $OD \perp EF$ ,  $D \in (EF)$ , prin urmare  $d(O, EF) = OD$ ;  $\mathcal{A}_{EOF} = 6u^2$ , deci  $OD \cdot 5u = 12u^2$ , de unde rezultă că  $OD = 2,4u$ .



## Fixare \* Însușirea cunoștințelor

1. Citiți următoarele propoziții:

- a)  $A(2, \sqrt{5})$ ;      b)  $D(-7, 1)$ ;      c)  $G(4, -9)$ ;      d)  $E(-2, -3)$ .

2. Numiți ordonata și abscisa pentru fiecare dintre punctele:

- a)  $M(0, \sqrt{2})$ ;      b)  $E(-1, 3)$ ;      c)  $B(7, \sqrt{6})$ ;      d)  $N(-2, -1)$ .

3. Reprezentați într-un sistem de axe ortogonale punctele:

- a)  $A(2, 3)$ ;      b)  $B(3, 5)$ ;      c)  $C(-2, 4)$ ;      d)  $D(-5, 2)$ ;  
e)  $E(-6, -1)$ ;      f)  $F(-7, 6)$ ;      g)  $G(8, -4)$ ;      h)  $H(-4, -5)$ .

4. Reprezentați într-un sistem de axe ortogonale punctele:
- a)  $A(0, 4)$ ;                      b)  $B(0, -2)$ ;                      c)  $C(6, 0)$ ;                      d)  $D(3, 0)$ ;  
e)  $E(-3, 0)$ ;                      f)  $F(0, -6)$ ;                      g)  $G(5, 0)$ ;                      h)  $H(0, -1)$ .
5. Precizați cadranul în care este situat punctul:
- a)  $A(11, 3)$ ;                      b)  $B(-3, 2)$ ;                      c)  $C(-4, -1)$ ;                      d)  $D(4, 13)$ ;  
e)  $E(5, -2)$ ;                      f)  $F(-6, 4)$ ;                      g)  $G(-2, -5)$ ;                      h)  $H(1, -2)$ .
6. Fie  $M$  mijlocul segmentului  $[AB]$ . Determinați coordonatele punctului  $M$  în următoarele cazuri:
- a)  $A(2, -5)$  și  $B(6, -1)$ ;                      b)  $A(-3, 8)$  și  $B(-7, 0)$ ;  
c)  $A(-9, -1)$  și  $B(3, 7)$ ;                      d)  $A(-6, 5)$  și  $B(4, -5)$ .
7. Fie  $D$  mijlocul segmentului  $[EF]$ . Determinați coordonatele punctului  $F$  în următoarele cazuri:
- a)  $E(-3, 2)$  și  $D(4, -5)$ ;                      b)  $E(8, 7)$  și  $D(-2, -5)$ ;  
c)  $E(-1, 6)$  și  $D(-3, 4)$ ;                      d)  $E(-5, -9)$  și  $D(1, 2)$ .
8. Reprezentați într-un sistem de axe ortogonale punctele  $D(-1, -2)$ ,  $E(5, -2)$ ,  $F(2, 7)$ . Ce observați?
9. Reprezentați într-un sistem de axe ortogonale punctele  $M(-3, 2)$ ,  $N(5, 2)$ ,  $P(5, -4)$ ,  $Q(-3, -4)$ . Ce observați?
10. Reprezentați într-un sistem de axe ortogonale punctele  $A(-2, 3)$ ,  $B(3, 3)$ ,  $C(6, -2)$ ,  $D(-5, -2)$ . Ce observați?



### Aplicare \* Exersare

11. Reprezentați într-un sistem de axe ortogonale punctele  $M(-3, 4)$ ,  $N(5, 2)$ ,  $P(2, -1)$  și  $Q(-6, 1)$  și apoi stabiliți valoarea de adevăr a propoziției: „Patrulaterul  $MNPQ$  este paralelogram”.
12. Reprezentați într-un sistem de axe ortogonale  $xOy$  punctele  $E$  și  $F$  și apoi calculați perimetrul triunghiului  $EOF$  și distanța de la punctul  $O$  la dreapta  $EF$  în următoarele cazuri:
- a)  $E(-8, 0)$ ;  $F(0, -6)$ ;                      b)  $E(12, 0)$ ;  $F(0, -9)$ ;  
c)  $E(-3, 0)$ ;  $F(0, -3\sqrt{2})$ ;                      d)  $E(2\sqrt{6}, 0)$ ;  $F(0, 2\sqrt{2})$ .
13. Calculați aria patrulaterului  $ABCD$ , știind că  $A(1, 6)$ ,  $B(-3, 2)$ ,  $C(1, -2)$  și  $D(5, 2)$ .



### Dezvoltare (Putem mai mult)

14. Știind că punctele  $A(-4, 1)$ ,  $B(2, 5)$ ,  $C(5, 2)$  și  $D(x, y)$  sunt vârfurile unui paralelogram, determinați coordonatele punctului  $D$ .



# Cuprins

## ALGEBRĂ

### CAPITOLUL III. CALCUL ALGEBRIC

Lecția 1. Numere reale reprezentate prin litere. Adunarea și scăderea numerelor reale reprezentate prin litere.....	5
Lecția 2. Înmulțirea numerelor reale reprezentate prin litere.....	9
Lecția 3. Împărțirea numerelor reale reprezentate prin litere.....	13
Lecția 4. Ridicarea la putere cu exponent natural a numerelor reale reprezentate prin litere.....	16
<i>Evaluare sumativă * Autoevaluare.....</i>	<i>19</i>
Lecția 5. Formule de calcul prescurtat.....	20
Lecția 6. Metode de descompunere în factori.....	25
Lecția 7. Ecuația de forma $x^2 = a$ , $a \in \mathbb{Q}$ , $x \in \mathbb{R}$ .....	29
<i>Evaluare sumativă * Autoevaluare.....</i>	<i>32</i>
<i>Fișă pentru portofoliul elevului.....</i>	<i>33</i>
<i>Aplicăm ce am învățat.....</i>	<i>35</i>

### CAPITOLUL IV. ECUAȚII ȘI INECUAȚII

Lecția 8. Relația de egalitate pe $\mathbb{R}$ . Proprietăți.....	36
Lecția 9. Ecuații de forma $ax + b = 0$ , $a, b \in \mathbb{R}$ , $a \neq 0$ , $x \in \mathbb{R}$ .....	38
Lecția 10. Relația de inegalitate $\leq$ pe $\mathbb{R}$ . Proprietăți.....	42
Lecția 11. Inecuații de forma $ax + b > 0$ ( $\geq$ , $<$ , $\leq$ ), $a, b \in \mathbb{R}$ , $a \neq 0$ , $x \in \mathbb{Z}$ .....	44
Lecția 12. Probleme care se rezolvă cu ajutorul ecuațiilor și inecuațiilor.....	49
<i>Evaluare sumativă * Autoevaluare.....</i>	<i>52</i>
<i>Fișă pentru portofoliul elevului.....</i>	<i>53</i>

### CAPITOLUL V. ELEMENTE DE ORGANIZARE A DATELOR

Lecția 13. Produsul cartezian a două mulțimi nevide.....	55
Lecția 14. Reprezentarea punctelor în plan cu ajutorul sistemului de axe ortogonale.....	57
Lecția 15. Distanța dintre două puncte în plan.....	60
Lecția 16. Reprezentarea și interpretarea unor dependențe funcționale prin tabele, diagrame și grafice.....	62
Lecția 17. Probabilitatea realizării unor evenimente.....	66
<i>Evaluare sumativă * Autoevaluare.....</i>	<i>68</i>
<i>Fișă pentru portofoliul elevului.....</i>	<i>70</i>
<i>Aplicăm ce am învățat.....</i>	<i>71</i>

## GEOMETRIE

### CAPITOLUL III. RELAȚII METRICE ÎN TRIUNGHIEL DREPTUNGHIC

Lecția 1. Proiecții ortogonale pe o dreaptă .....	73
Lecția 2. Teorema înălțimii .....	75
Lecția 3. Teorema catetei .....	78
Lecția 4. Teorema lui Pitagora. Reciproca teoremei lui Pitagora .....	81
<i>Evaluare sumativă * Autoevaluare</i> .....	86
Lecția 5. Elemente de trigonometrie .....	87
Lecția 6. Aria triunghiului folosind sinusul .....	92
Lecția 7. Aria patrulaterului folosind sinusul.....	96
<i>Evaluare sumativă * Autoevaluare</i> .....	99
<i>Fișă pentru portofoliul elevului</i> .....	101
<i>Aplicăm ce am învățat</i> .....	103

### CAPITOLUL IV. CERCUL

Lecția 8. Coarde și arce în cerc. Unghi la centru .....	104
Lecția 9. Unghi înscris în cerc. Triunghi înscris în cerc .....	109
Lecția 10. Pozițiile relative ale unei drepte față de un cerc .....	113
<i>Evaluare sumativă * Autoevaluare</i> .....	119
Lecția 11. Poligoane regulate.....	120
Lecția 12. Lungimea cercului și aria discului .....	125
<i>Evaluare sumativă * Autoevaluare</i> .....	128
<i>Fișă pentru portofoliul elevului</i> .....	129
<i>Aplicăm ce am învățat</i> .....	131

<b>MODELE DE TEZE PENTRU SEMESTRUL AL II-LEA</b> .....	132
--	-----

<b>TESTE DE EVALUARE FINALĂ</b> .....	134
---------------------------------------	-----

<b>INDICAȚII ȘI RĂSPUNSURI</b> .....	137
--------------------------------------	-----