

Nume:

Prenume:

Clasă:

Școală:

.....

Acest auxiliar didactic este aprobat pentru utilizarea în unitățile de învățământ preuniversitar prin O.M.E.N. nr. 3530/04.04.2018.

Lucrarea este elaborată în conformitate cu Programul școlar în vigoare pentru clasa a VIII-a, aprobată prin O.M.E.C.I. nr. 5097/09.09.2009.

Referință științifică: Lucrarea a fost definitivată prin contribuția și recomandările Comisiei științifice și metodice a publicațiilor Societății de Științe Matematice din România. Aceasta și-a dat avizul favorabil în ceea ce privește alcătuirea și conținutul matematic.

Redactare: Daniel Mitran

Tehnoredactare: Carmen Rădulescu

Pregătire de tipar & design copertă: Marius Badea

Descrierea CIP a Bibliotecii Naționale a României

TUDOR, ION

Matematică : algebră, geometrie : caiet de lucru : clasa a VIII-a / Ion

Tudor. - Ed. a 2-a. - Pitești : Paralela 45, 2018-

2 vol.

ISBN 978-973-47-2758-2

Partea 2. - 2018. - ISBN 978-973-47-2869-5

51

Copyright © Editura Paralela 45, 2018

Prezenta lucrare folosește denumiri ce constituie mărci înregistrate,

iar conținutul este protejat de legislația privind dreptul de proprietate intelectuală.

Ion TUDOR

matematică

algebră, geometrie

- Modalități de lucru diferențiate
- Pregătire suplimentară prin planuri individualizate

Caiet de lucru

Partea a II-a

8

Ediția a II-a



Editura Paralela 45

Geometrie

Capitolul IV POLIEDRE

Competențe specifice

- Recunoașterea și descrierea unor proprietăți ale unor figuri geometrice plane în configurații date în spațiu sau pe desfășurări ale acestora
- Identificarea unor elemente ale figurilor geometrice plane în configurații geometrice spațiale date
- Folosirea instrumentelor geometrice adecvate pentru reprezentarea prin desen, în plan, a corpurilor geometrice
- Alegerea reprezentărilor geometrice adecvate în vederea optimizării descrierii configurațiilor spațiale
- Utilizarea proprietăților referitoare la drepte și unghiuri în spațiu pentru analiza pozițiilor relative ale acestora
- Exprimarea prin reprezentări geometrice a noțiunilor legate de drepte și unghiuri în plan și în spațiu
- Alegerea reprezentărilor geometrice adecvate în vederea optimizării descrierii configurațiilor spațiale și în vederea optimizării calculelor de lungimi de segmente și de măsuri de unghiuri
- Interpretarea reprezentărilor geometrice și a unor informații deduse din acestea, în corelație cu determinarea unor lungimi de segmente și a unor măsuri de unghiuri
- Clasificarea corpurilor geometrice după anumite criterii date sau alese
- Transpunerea unei situații-problemă în limbaj geometric, rezolvarea problemei obținute și interpretarea rezultatului

Definiție: Un corp geometric care este mărginit numai de fețe plane se numește **poliedru**.

Definiții: **Aria laterală** a unui poliedru, notată \mathcal{A}_l , reprezintă suma ariilor fețelor laterale ale poliedrului.

Aria totală a unui poliedru, notată \mathcal{A}_t , reprezintă suma dintre aria laterală a poliedrului și aria bazei (bazelor).

Volumul unui poliedru, notat \mathcal{V} , reprezintă spațiul (geometric) pe care îl ocupă acesta.

Lecția 1. Paralelipipedul dreptunghic



Ce trebuie să știm

Notații: L – lungimea paralelipipedului dreptunghic, l – lățimea paralelipipedului dreptunghic, h – înălțimea paralelipipedului dreptunghic, d – lungimea diagonalei paralelipipedului dreptunghic, \mathcal{A}_t – aria totală a paralelipipedului dreptunghic, \mathcal{V} – volumul paralelipipedului dreptunghic.

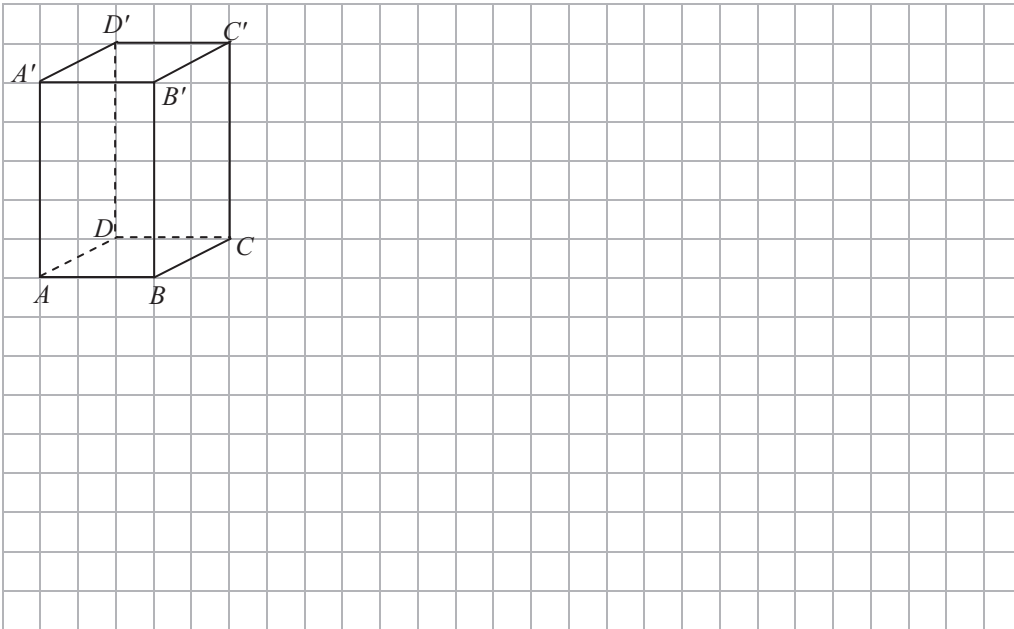
$$d = \sqrt{L^2 + l^2 + h^2}, \quad \mathcal{A}_t = 2(L \cdot l + l \cdot h + h \cdot L), \quad \mathcal{V} = L \cdot l \cdot h.$$



Fixare * Însușirea cunoștințelor

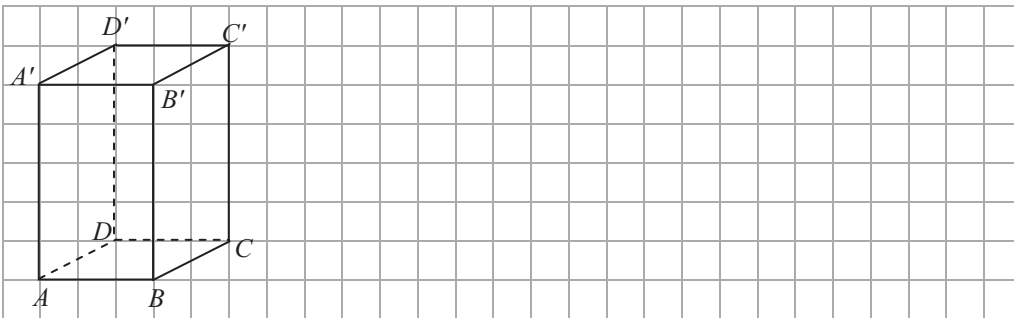
1. Se consideră paralelipipedul dreptunghic $ABCD A' B' C' D'$. Utilizând notațiile specifice paralelipipedului dreptunghic, rezolvați problemele următoare.

- Dacă $L = 3$ cm, $l = 2$ cm și $h = 6$ cm, aflați \mathcal{A}_t , \mathcal{V} și d .
- Dacă $L = 4$ cm, $l = 2$ cm și $h = 6$ cm, aflați \mathcal{A}_t , \mathcal{V} și d .
- Dacă $L = 4$ cm, $l = 3$ cm și $\mathcal{V} = 60$ cm³, aflați h , \mathcal{A}_t și d .
- Dacă $L = 7$ cm, $h = 4$ cm și $\mathcal{V} = 140$ cm³, aflați l , \mathcal{A}_t și d .
- Dacă $L = 6$ cm, $l = 2$ cm și $\mathcal{A}_t = 88$ cm², aflați h , \mathcal{V} și d .
- Dacă $l = 2$ cm, $h = 9$ cm și $\mathcal{A}_t = 168$ cm², aflați L , \mathcal{V} și d .
- Dacă $l = 3$ cm, $h = 12$ cm și $d = 13$ cm, aflați L , \mathcal{A}_t și \mathcal{V} .
- Dacă $L = 4\sqrt{2}$ cm, $l = 4$ cm și $d = 7$ cm, aflați h , \mathcal{A}_t și \mathcal{V} .



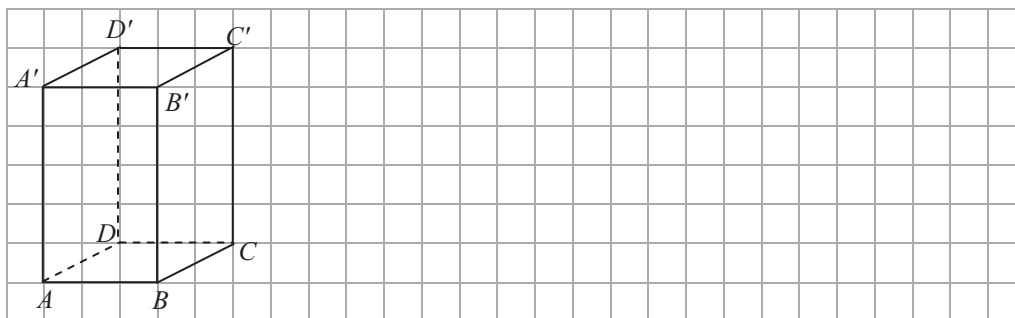
2. Fie $ABCD A' B' C' D'$ un paralelipiped dreptunghic cu $AB = 2\sqrt{2}$ cm, $AD = 1$ cm și $AA' = 4$ cm. Aflați:

- \mathcal{A}_t ;
- \mathcal{V} ;
- d ;
- $\mathcal{A}_{ACC'A'}$.



3. Fie $ABCD A'B'C'D'$ un paralelipiped dreptunghic cu $AB = 2$ cm, $AD = 3$ cm și $AA' = 6$ cm. Aflați:

- a) \mathcal{A}_1 ; b) \mathcal{V} ; c) d ; d) $m(\angle(AA', BC))$.



4. Fie $ABCD A'B'C'D'$ un paralelipiped dreptunghic cu $AB = 4$ cm, $AD = 2\sqrt{2}$ cm și $AA' = 6\sqrt{2}$ cm. Aflați:

- a) \mathcal{A}_1 ; b) \mathcal{V} ; c) d ; d) $m[\angle(BD', (ABC))]$.

5. Fie $ABCD A'B'C'D'$ un paralelipiped dreptunghic cu $AB = 2\sqrt{3}$ cm, $AD = 2$ cm și $BD' = 5$ cm. Aflați:

- a) AA' ; b) \mathcal{A}_1 ; c) \mathcal{V} ; d) $m(\angle(AB, B'D'))$.

6. Fie $ABCD A'B'C'D'$ un paralelipiped dreptunghic cu $AD = 2$ cm, $AA' = 6$ cm și volumul egal cu 36 cm³. Aflați:

- a) AB ; b) d ; c) $\mathcal{A}_{ABC'D'}$; d) $d(A', BC)$.

7. Fie $ABCD A'B'C'D'$ un paralelipiped dreptunghic cu $AB = 3$ cm, $AD = 3\sqrt{2}$ cm și volumul egal cu $27\sqrt{6}$ cm³. Aflați:

- a) AA' ; b) d ; c) $m(\angle(AB, D'C))$; d) $d(A', BD')$.

8. Fie $ABCD A'B'C'D'$ un paralelipiped dreptunghic cu $AB = 2\sqrt{3}$ cm, $AA' = 4\sqrt{3}$ cm și $\mathcal{A}_1 = 24(2 + \sqrt{3})$ cm². Aflați:

- a) AD ; b) \mathcal{V} ; c) $d(C', BD)$; d) $m[\angle(D'DA), (D'DB)]$.

9. Fie $ABCD A'B'C'D'$ un paralelipiped dreptunghic. Dacă $AB = 3\sqrt{3}$ cm, $AD = 4$ cm și măsura unghiului dintre planele $(D'BC)$ și (ABC) este egală cu 30° , aflați:

- a) DD' ; b) \mathcal{A}_1 ; c) $d[A', (D'AB)]$; d) $m[\angle((AB'), (BB'C'))]$.

10. Fie $ABCD A'B'C'D'$ un paralelipiped dreptunghic. Dacă $AB = 4$ cm, $AA' = 2\sqrt{6}$ cm și distanța de la punctul D' la dreapta AB este egală cu $4\sqrt{2}$ cm, aflați:

- a) AD ; b) \mathcal{V} ; c) $d(C', BD')$; d) $m[\angle(D'A, (ABC))]$.

11. Calculați volumul unui paralelipiped dreptunghic care are diagonala de 13 cm și L , l și h direct proporționale cu numerele 8, 6 și 24.

12. Se consideră paralelipipedul dreptunghic $ABCD A'B'C'D'$ care are volumul egal cu $12\sqrt{3} \text{ cm}^3$. Dacă $AB = 3 \text{ cm}$ și $AA' = 4 \text{ cm}$, determinați:

- a) AD ; b) d ; c) $d(D', BC)$; d) $m[\angle(A'C', BD)]$.

13. Se consideră paralelipipedul dreptunghic $ABCD A'B'C'D'$ cu $AB = 4\sqrt{3} \text{ cm}$, $AD = 4 \text{ cm}$ și $AA' = 4\sqrt{2} \text{ cm}$. Calculați:

- a) γ ; b) d ; c) $m[\angle(A'C', BC)]$; d) $d(A', BD)$.

14. Se consideră paralelipipedul dreptunghic $ABCD A'B'C'D'$ cu $AB = 2\sqrt{3} \text{ dm}$, $AD = 2 \text{ dm}$ și $AA' = \sqrt{6} \text{ dm}$. Calculați:

- a) γ ; b) \mathcal{A} ; c) $m[\angle(AC, D'C)]$; d) \mathcal{A}_{BAC} .



Aplicare * Exersare

15. Se consideră paralelipipedul dreptunghic $ABCD A'B'C'D'$ cu $AB = 2\sqrt{3} \text{ cm}$, $AD = 2 \text{ cm}$ și $AA' = 2\sqrt{6} \text{ cm}$. Calculați:

- a) γ ; b) \mathcal{A} ; c) $d(A', CD)$; d) $\sin[\angle(AB', A'D)]$.

16. În paralelipipedul dreptunghic $ABCD A'B'C'D'$ cu $AB = \sqrt{6} \text{ cm}$, $AD = 2\sqrt{3} \text{ cm}$ și $AA' = 3\sqrt{2} \text{ cm}$, notăm cu M mijlocul muchiei $[BB']$. Dacă $A'M \cap AB' = \{E\}$ și $C'M \cap CB' = \{F\}$, determinați:

- a) γ ; b) d ; c) $m[\angle((B'AD), (A'AD))]$; d) EF .

17. Se consideră paralelipipedul dreptunghic $ABCD A'B'C'D'$ cu $AB = 4 \text{ cm}$, $AD = 2\sqrt{5} \text{ cm}$ și $AA' = 2\sqrt{7} \text{ cm}$. Calculați:

- a) γ ; b) d ; c) $m[\angle(D'B, (A'AD))]$; d) $d(C, D'B)$.

18. Calculați aria totală a unui paralelipiped dreptunghic care are diagonala de 7 cm și L, l și h invers proporționale cu numerele $6, 9$ și 3 .



Dezvoltare (Putem mai mult)

19. În paralelipipedul dreptunghic $ABCD A'B'C'D'$ notăm cu M, N și P proiecțiile punctului C pe muchiile $[B'A]$, $[AD']$, respectiv $[D'B]$. Arătați că dreptele $B'N, AP$ și $D'M$ sunt concurente.

20. În paralelipipedul dreptunghic $ABCD A'B'C'D'$ notăm cu M, N și P proiecțiile punctelor A, C , respectiv B' pe diagonala $[BD]$. Arătați că:

$$\frac{D'M}{BM} + \frac{D'N}{BN} + \frac{D'P}{BP} \geq 6.$$

Cuprins

ALGEBRĂ

CAPITOLUL V. FUNCȚII

Lecția 1. Noțiunea de funcție.....	5
Lecția 2. Graficul funcției.....	10
Lecția 3. Funcția de tipul $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = ax + b, a, b \in \mathbb{R}$	13
<i>Evaluare sumativă * Autoevaluare</i>	19
<i>Fișă pentru portofoliul elevului</i>	21
<i>Aplicăm ce am învățat</i>	22

CAPITOLUL VI. ECUAȚII, INECUAȚII ȘI SISTEME DE ECUAȚII

Lecția 4. Ecuații de forma $ax + b = 0, a, b \in \mathbb{R}, a \neq 0, x \in \mathbb{R}$	24
Lecția 5. Probleme care se rezolvă cu ajutorul ecuațiilor.....	28
Lecția 6. Ecuații de forma $ax + by + c = 0, a, b, c \in \mathbb{R}, a \neq 0$ sau $b \neq 0$ și $(x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R}$..	31
Lecția 7. Sisteme de două ecuații cu două necunoscute.....	33
Lecția 8. Probleme care se rezolvă cu ajutorul sistemelor de două ecuații cu două necunoscute.....	38
Lecția 9. Inecuații de forma $ax + b > 0$ ($\geq, <, \leq$), $x, a, b \in \mathbb{R}, a \neq 0$	41
Lecția 10. Ecuații de forma $ax^2 + bx + c = 0, x, a, b, c \in \mathbb{R}, a \neq 0$	46
<i>Evaluare sumativă * Autoevaluare</i>	50
<i>Fișă pentru portofoliul elevului</i>	51

GEOMETRIE

CAPITOLUL IV. POLIEDRE

Lecția 1. Paralelipipedul dreptunghic.....	53
Lecția 2. Cubul.....	58
<i>Evaluare sumativă * Autoevaluare</i>	61
Lecția 3. Prisma regulată.....	62
<i>Evaluare sumativă * Autoevaluare</i>	68
Lecția 4. Piramida regulată.....	69
<i>Evaluare sumativă * Autoevaluare</i>	75
Lecția 5. Trunchiul de piramidă regulată.....	76
<i>Evaluare sumativă * Autoevaluare</i>	82
<i>Fișă pentru portofoliul elevului</i>	83
<i>Aplicăm ce am învățat</i>	85

CAPITOLUL V. CORPURI ROTUNDE	
Lecția 6. Cilindrul circular drept.....	87
Lecția 7. Conul circular drept	91
Lecția 8. Trunchiul de con circular drept.....	95
Lecția 9. Sfera.....	100
<i>Evaluare sumativă * Autoevaluare</i>	103
<i>Fișă pentru portofoliul elevului</i>	104
<i>Aplicăm ce am învățat</i>	105
MODELE DE TEZE PENTRU SEMESTRUL AL II-LEA	107
TESTE DE EVALUARE FINALĂ	109
MODELE DE TESTE DE EVALUARE NAȚIONALĂ	111
INDICAȚII ȘI RĂSPUNSURI	150