Colecția SUBIECTE POSIBILE

Redactare: Ramona Rossall
Tehnoredactare: Iuliana Ene
Pregătire de tipar: Marius Badea
Design copertă: Delia Gheorghe

Descrierea CIP a Bibliotecii Naţionale a României
DRAGOMIR, LUCIAN
Simularea examenului de bacalaureat, Matematică, clasa a XI-a, profil mate-info : 30 de teste, după modelul M.E.N / Lucian Dragomir, Adriana Dragomir, Ovidiu Bădescu. - Piteşti : Paralela 45, 2019
Conţine bibliografie
ISBN 978-973-47-2885-5

I. Dragomir, Adriana
II. Bădescu, Ovidiu

51

Lucian Dragomir
Adriana Dragomir
Ovidiu Bădescu

Simularea examenului de bacalaureat
Matematică
Clasa a XI-a, profil mate-info

30 de teste, după modelul M.E.N.

Editura Paralela 45

Cuvânt-înainte

Această lucrare este continuarea firească a culegerilor autorilor pentru toate clasele de liceu şi, aşa cum poate se citeşte printre rânduri, a fost scrisă cu suflet şi trudă, din dorinţa de a oferi tuturor elevilor de clasa a XI-a (şi nu numai) o colecţie de probleme şi exerciţii utile, reunite sub forma a 30 de teste, după modelul M.E.N. Acestea au constituit în ultimii 30 de ani subiecte la lucrări scrise, chestiuni mai simple sau un pic mai problematice în încercările la tablă, toate propuse elevilor de către autori. În mare măsură, cartea este de fapt o culegere de autor, asemenea multora pe care le au unii dintre colegi în geantă, prin dosare şi caiete muncite cu atâtea generaţii. Dorim şi sperăm ca, pe această cale, să umplem golul, sau aproape golul, existent pe piaţa cărţii şcolare în ceea ce priveşte acest segment (simularea examenului naţional de bacalaureat pentru elevii claselor a XI-a).

Majoritatea problemelor au răspunsuri sau chiar soluţii detaliate acolo unde am considerat că este cazul. Invităm elevii să consulte rezolvările, aceasta evident după ce au încercat singuri lupta cu chestiunile propuse, măcar pentru verificare sau pentru a găsi noi idei.

Revenind la resorturile intime care au dus la redactarea acestei lucrări, credem că nu greşim dacă reamintim tuturor că, aproape zilnic, trebuie să „rezolvăm o problemă”, să luăm cel puţin o decizie. A găsi soluţia, calea cea bună, înseamnă a gândi. Matematica şcolară ar trebui astfel, în primul rând, să înveţe tinerii să gândească. Nu în ultimul rând, frumuseţea raţionamentului matematic, tehnicile specifice de lucru ar trebui să deschidă larg poarta spre diverse domenii ale ştiinţei, spre artă şi viaţa cotidiană. Elevii, şi nu numai ei, trebuie să ajungă să simtă că matematica şi comorile ei le sunt şi le vor fi utile azi şi mai ales mâine; evident, asta nu este deloc uşor realizabil, mai ales că, faţă de alte discipline, matematica este, vrem, nu vrem, mai abstractă. Apropierea orelor de matematică de tot ceea ce ne înconjoară, de viaţa de zi cu zi, nu credem că e posibilă în permanenţă; poate e mai important să facem orele plăcute şi atractive prin atmosfera creată, prin căldura transmisă, prin cultivarea dialogului, prin crearea unor situaţii afectiv pozitive.

Trebuie să subliniem că prezenta culegere se adresează, de fapt, tuturor elevilor de clasa a XI-a, şi nu numai, care doresc să se pregătească nu doar pentru simularea examenului de bacalaureat la matematică, ci şi pentru examenul în sine.

Mulţumim tuturor colegilor şi prietenilor care, într-un fel sau altul, ne-au ajutat şi susţinut în demersul personal didactic în timp; nu în ultimul rând, le mulţumim elevilor noştri, care au întrebat, au rezolvat, au corectat, au sugerat; urmaşilor lor, celor aflaţi încă în băncile liceului, le dorim succes, sperând din tot sufletul ca această carte să le fie de folos. O menţiune absolut specială i se acordă din suflet şi, deci, cu drag, elevei (încă) Iulia Voiţ, pentru efortul depus într-o vacanţă în care alţii s-au odihnit aproape total. Efortul său nu cred că poate fi măsurat prin cuvinte potrivite.

Evident, ca orice încercare omenească, această culegere este perfectibilă. Aşteptăm, aşadar, sugestii, observaţii, comentarii binevoitoare.

Autorii

Teste pregătitoare pentru simularea examenului de bacalaureat

Testul 1

Subiectul I

1. Calculaţi partea întreagă a numărului $a = \dfrac{12}{\sqrt{5}-1}$.

2. Se consideră funcţia $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}, f(x) = 2x^2 - 3x + 5$. Arătaţi că există un număr iraţional α, pentru care $f(\alpha) \in \mathbb{Q}$.

3. Determinaţi numerele reale *a*, pentru care numărul complex $z = \dfrac{1+ai}{a+i}$ este real.

4. Determinaţi numărul natural *n*, pentru care mulţimea $\{1, 2, 3, ..., n\}$ conţine exact 128 de submulţimi cu un număr impar de elemente, unul dintre acestea fiind *n*.

5. Determinaţi numerele reale *a* şi *b*, pentru care $H(a,b)$ este ortocentrul triunghiului care are vârfurile $A(3,1), B(5,3), C(0,4)$.

6. Arătaţi că, dacă $d = \cos\dfrac{38\pi}{3}$, atunci numărul $2d$ este întreg.

Subiectul al II-lea

1. Se consideră matricele $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & -2 \end{pmatrix} \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$.

a) Determinaţi matricea $X \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$, pentru care $A \cdot X = B$.

b) Determinaţi numărul întreg *t*, ştiind că $A^2 = t \cdot A - I_2$.

c) Demonstraţi că, dacă $A^2 X = XA^2$, cu $X \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$, atunci $AX = XA$.

2. Se notează cu *M* mulţimea matricelor $X(a,b) = \begin{pmatrix} 1 & a & b \\ 0 & 1 & a \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \in \mathcal{M}_3(\mathbb{C})$.

a) Arătaţi că pentru orice numere complexe *a* şi *b* este adevărată egalitatea

$$\left(X(a,b) - I_3\right)^3 = O_3.$$

b) Determinaţi matricea $A \in M$, pentru care $X(1,2) \cdot A = X(4,9)$.

c) Determinaţi suma elementelor matricei $X^{2019}(1,2)$.

Subiectul al III-lea

1. Se consideră funcţia $f : \left(-\frac{1}{2}, +\infty\right) \to \mathbb{R}, f(x) = x + \ln(1+2x)$.

a) Arătaţi că graficul funcţiei considerate are o asimptotă verticală.

b) Arătaţi că numărul $L = \lim\limits_{\substack{x \to 0 \\ x>0}} \frac{f(x)}{x}$ este întreg.

c) Determinaţi numărul natural n, pentru care $\lim\limits_{x \to 0} \left(1 + f(x)\right)^{1/x} = e^n$.

2. Se consideră funcţia $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}, f(x) = x + e^{2x}$.

a) Arătaţi că numărul $A = \lim\limits_{x \to 0} \frac{f(x) - f(0)}{x}$ este natural.

b) Arătaţi că funcţia considerată este inversabilă şi determinaţi $B = f^{-1}(1)$.

c) Demonstraţi că ecuaţia $f(x) = 2e^x$ are cel puţin o soluţie reală.

Testul 2

Subiectul I

1. Determinaţi numărul real m, pentru care numărul complex $1 - i$ este soluţie a ecuaţiei $x^2 - 2x + m = 0$.

2. Arătaţi că funcţia $f : \mathbb{Z} \to \mathbb{Z}, f(n) = \left[\frac{n}{3}\right]$ este surjectivă, dar nu este injectivă.

3. Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\frac{\log_2(1+x)}{\log_2(1-x)} = 2$.

4. O carte de biologie este cu 25% mai scumpă decât o carte de matematică. Determinaţi numărul natural p, ştiind că această carte de matematică este mai ieftină cu $p\%$ decât acea carte de biologie.

5. Arătaţi că, dacă $\operatorname{tg} x = 2$, atunci numărul $a = \frac{\sin^2 x + 8\cos^2 x}{\sin^2 x + 2\cos^2 x}$ este întreg.

6. Demonstraţi că, pentru orice număr real m, toate dreptele de ecuaţii $d_m : (m+1)x + (m-1)y - 2m = 0$ trec printr-un punct fix.

Cuprins