

Dan ZAHARIA
Maria ZAHARIA
Sorin PELIGRAD

matematică
aritmetică
algebră
geometrie

clasa a V-a
partea a II-a

ediția a X-a



mate 2000 – consolidare

ÎNVĂȚARE DE CONSOLIDARE®

antrenament



*Acest auxiliar didactic este aprobat pentru utilizarea în unitățile de învățământ preuniversitar prin O.M.E.N. nr. 3022/08.01.2018.
Lucrarea este elaborată în conformitate cu Programul școlar în vigoare pentru clasa a V-a, aprobată prin O.M.E.N. nr. 3393/28.02.2017.*

Referință științifică: Lucrarea a fost definitivată prin contribuția și recomandările Comisiei științifice și metodice a publicațiilor Societății de Științe Matematice din România. Aceasta și-a dat avizul favorabil în ceea ce privește alcătuirea și conținutul matematic.

Redactare: Andreea Roșca
Tehnoredactare: Carmen Rădulescu
Pregătire de tipar: Marius Badea
Design copertă: Mirona Pintilie

Descrierea CIP a Bibliotecii Naționale a României
ZAHARIA, MARIA

Matematică : aritmetică, algebră, geometrie : clasa a V-a /
Maria Zaharia, Dan Zaharia, Sorin Peligrad. - Ed. a 10-a. - Pitești :
Paralela 45, 2021

2 vol.

ISBN 978-973-47-3398-9

Partea 2. - 2021. - ISBN 978-973-47-3406-1

I. Zaharia, Dan
II. Peligrad, Sorin

51

COMENZI – CARTEA PRIN POȘTĂ

EDITURA PARALELA 45
Bulevardul Republicii, Nr. 148, Clădirea C1, etaj 4, Pitești,
jud. Argeș, cod 110177
Tel.: 0248 633 130; 0753 040 444; 0721 247 918
Tel./fax: 0248 214 533; 0248 631 439; 0248 631 492
E-mail: comenzi@edituraparelela45.ro
sau accesați www.edituraparelela45.ro

Tiparul executat la tipografia Editurii Paralela 45
E-mail: tipografie@edituraparelela45.ro

Copyright © Editura Paralela 45, 2021

Prezenta lucrare folosește denumiri ce constituie mărci înregistrate,
iar conținutul este protejat de legislația privind dreptul de proprietate intelectuală.
www.edituraparelela45.ro

Aritmetică. Algebră

Fracții zecimale

PP Competențe specifice

Exemple de activități de învățare

1.2. Identificarea fracțiilor ordinare sau zecimale în contexte variate

- Utilizarea unor reprezentări grafice variate pentru ilustrarea fracțiilor echivalente, subunitare, supraunitare
- Verificarea echivalenței a două fracții prin diferite reprezentări
- Scrierea unui procent sub formă de fracție ordinară (de exemplu, 20% se scrie sub forma $\frac{20}{100}$)
- Identificarea unor date statistice din diagrame, tabele sau grafice

2.2. Efectuarea de calcule cu fracții folosind proprietăți ale operațiilor aritmetice

- Introducerea și scoaterea întregilor dintr-o fracție ordinară
- Înmulțirea și împărțirea unei fracții zecimale cu un număr finit de zecimale nenule cu 10, 100, 1000
- Scrierea unei fracții zecimale cu un număr finit de zecimale nenule ca un produs dintre un număr zecimal și o putere a lui 10; scrierea unei fracții zecimale cu un număr finit de zecimale nenule ca un cât dintre un număr zecimal și o putere a lui 10
- Calcularea unei fracții echivalente cu o fracție dată, prin amplificare sau simplificare
- Simplificarea unei fracții ordinare în vederea obținerii unei fracții ireductibile (prin simplificări succesive, dacă este cazul)
- Efectuarea de operații cu numere raționale exprimate sub formă de fracție zecimală și/sau ordinară

3.2. Utilizarea de algoritmi pentru efectuarea operațiilor cu fracții ordinare sau zecimale

- Aplicarea algoritmilor de împărțire a unei fracții zecimale la un număr natural sau la o fracție zecimală cu un număr finit de zecimale nenule
- Transformarea fracțiilor ordinare în fracții zecimale și invers
- Aplicarea metodelor aritmetice pentru rezolvarea unor probleme cu fracții

4.2. Utilizarea limbajului specific fracțiilor/procentelor în situații date

- Încadrarea unei fracții zecimale între două numere naturale consecutive
- Utilizarea limbajului specific pentru determinarea unei fracții dintr-un număr natural n , multiplu al numitorului fracției
- Utilizarea limbajului adecvat pentru exprimarea unor transformări monetare (inclusiv schimburi valutare)

5.2. Analizarea unor situații date în care intervin fracții pentru a estima sau pentru a verifica validitatea unor calcule

- Reprezentarea pe axa numerelor a fracțiilor zecimale cu un număr finit de zecimale nenule folosind aproximarea acestora
- Analizarea unor scheme, modele sau algoritmi pentru rezolvarea unor probleme practice care implică utilizarea operațiilor cu fracții ordinare sau zecimale și ordinea efectuării operațiilor
- Evidențierea, pe cazuri concrete, a relației dintre volum și capacitate
- Estimarea măsurilor unor mărimi caracteristice ale unor obiecte din mediul înconjurător (capacitate, masă, preț)
- Estimarea mediei unui set de date; compararea estimării cu valoarea determinată prin calcule

6.2. Reprezentarea matematică, folosind fracțiile, a unei situații date, în context intra și interdisciplinar (geografie, fizică, economie etc.)

- Formularea unor probleme cu fracții, pe baza unor scheme sau reguli date și rezolvarea acestora prin metode aritmetice (metoda reducerii la unitate, metoda comparației, metoda mersului invers etc.)
- Reprezentarea datelor statistice folosind softuri matematice
- Argumentarea demersului de rezolvare a unei probleme pornind de la un set de informații cu caracter cotidian sau științific (fizic, economic etc.)

PE-PP 1. Scrierea fracțiilor ordinare cu numitori puteri ale lui 10 sub formă de fracții zecimale. Transformarea unei fracții zecimale, cu un număr finit de zecimale nenule, într-o fracție ordinară



Fracție ordinară

$\frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{3}{2}, \frac{5}{7}$ sunt exemple de fracții ordinare.

Orice **fracție ordinară** se scrie sub forma $\frac{m}{n}$, unde $m, n \in \mathbb{N}$ și $n \neq 0$. Numărul n este **numitorul fracției** și arată că întregul a fost împărțit în n părți egale. O parte din cele n părți egale se numește **unitate fracționară**. Numărul m este **numărătorul fracției** și arată câte unități fracționare s-au luat.

Fracție zecimală

În practică cele mai întâlnite unități fracționare sunt: **zecimea, sutimea, miimea, zecimea de miime, sutimea de miime, milionimea**. Să le definim:

- dacă împărțim un întreg în 10 părți egale, atunci o parte este o **zecime** și este reprezentată de fracția ordinară $\frac{1}{10}$;
- dacă împărțim un întreg în 100 de părți egale, atunci o parte este o **sutime** și este reprezentată de fracția ordinară $\frac{1}{100}$.

La fel se definesc **miimea, zecimea de miime, sutimea de miime, milionimea**.

Exemplu: Să considerăm o bară de metal cu lungimea de un metru. Împărțim bara în 10 părți egale, apoi în 100 de părți egale și apoi în 1000 de părți egale.

- o zecime din bară va avea lungimea de 1 dm: $\frac{1}{10} \text{ m} = 1 \text{ dm}$;
- o sutime din bară va avea lungimea de 1 cm: $\frac{1}{100} \text{ m} = 1 \text{ cm}$;
- o miime din bară va avea lungimea de 1 mm: $\frac{1}{1000} \text{ m} = 1 \text{ mm}$.

Să considerăm acum o bară cu lungimea de 12 m 5 dm 7 cm și 9 mm. Să exprimăm lungimea barei în metri:

$$\text{lungimea} = 12 \text{ m} + \frac{5}{10} \text{ m} + \frac{7}{100} \text{ m} + \frac{9}{1000} \text{ m} = \left(12 + \frac{5}{10} + \frac{7}{100} + \frac{9}{1000} \right) \text{ m}.$$

În practică $12 + \frac{5}{10} + \frac{7}{100} + \frac{9}{1000}$ se scrie foarte simplu astfel: 12,579 (citim „doisprezece virgulă cinci sute șapte zeci și nouă”) și spunem că este o **fracție zecimală**.

O **fracție zecimală** este formată din **partea întreagă** și **partea zecimală**, despărțite prin virgulă. Prima cifră din stânga virgulei este cifra **unităților**, a doua cifră este cifra **zecilor**, a treia este cifra **sutelor**, apoi urmează cifra **miilor**, **zecilor de mii**, **sutelor de mii**, **milioanelor** ș.a.m.d., iar în dreapta virgulei avem cifra **zecimilor**, **sutimilor**, **miimilor**, **zecimilor de miimi**, **sutimilor de miimi**, **milionimilor** ș.a.m.d.

Exemple de fracții zecimale: 2571,87379; 0,5; 1,0012; 41,127 etc. Pentru fracția zecimală 2571,87379 **partea întreagă** este numărul 2571, iar **partea fracționară** este 0,87379.

Transformarea unei fracții zecimale, cu un număr finit de zecimale nenule, într-o fracție ordinară

Să transformăm fracția zecimală 12,579 în fracție ordinară. Vom ține cont de egalitatea: $12,579 = 12 + \frac{5}{10} + \frac{7}{100} + \frac{9}{1000}$, de faptul că $12 = \frac{12}{1}$ și de egalitățile de fracții

ordinare: $\frac{12}{1} = \frac{12000}{1000}$; $\frac{5}{10} = \frac{500}{1000}$; $\frac{7}{100} = \frac{70}{1000}$.

$$\text{Deci: } 12,579 = \frac{12000}{1000} + \frac{500}{1000} + \frac{70}{1000} + \frac{9}{1000} = \frac{12579}{1000}.$$

Prin urmare:

$$12,579 = \frac{12579}{1000} = \frac{12579}{10^3}.$$

Acest calcul și altele asemănătoare conduc la următoarea concluzie:

Orice fracție zecimală finită (care are un număr finit de zecimale) poate fi scrisă ca o fracție ordinară având numărătorul egal cu numărul obținut prin eliminarea virgulei și numitorul o putere a lui zece cu exponentul egal cu numărul de zecimale.

Exemple: a) $7,0 = \frac{70^{(10)}}{10} = \frac{7}{1} = 7$; $7,00 = \frac{700}{10^2} = \frac{700^{(100)}}{100} = \frac{7}{1} = 7$. În acest fel rezultă:
 $7 = 7,0 = 7,00 = 7,000 = \dots = 7,00\dots 0$;

b) $0,1 = \frac{1}{10}$; $0,01 = \frac{1}{10^2} = \frac{1}{100}$; $0,001 = \frac{1}{10^3} = \frac{1}{1000}$;

c) $2,01 = \frac{201}{10^2} = \frac{201}{100}$; $0,003 = \frac{3}{10^3} = \frac{3}{1000}$; $7,021 = \frac{7021}{10^3} = \frac{7021}{1000}$.

Scrierea fracțiilor ordinare cu numitori puteri ale lui 10 sub formă de fracții zecimale

Orice fracție ordinară al cărei numitor se poate descompune într-un produs de puteri ale lui 2 sau ale lui 5 sau ale lui 2 și 5 poate fi scrisă ca o fracție zecimală.

Exemple: a) $\frac{17}{20} = \frac{5 \cdot 17}{2^2 \cdot 5} = \frac{17 \cdot 5}{(2 \cdot 5)^2} = \frac{85}{10^2} = 0,85$;

b) $\frac{11}{25} = \frac{2^2 \cdot 11}{5^2} = \frac{11 \cdot 2^2}{5^2 \cdot 2^2} = \frac{44}{(2 \cdot 5)^2} = \frac{44}{10^2} = 0,44$;

Geometrie

Elemente de geometrie și unități de măsură

PP Competențe specifice Exemple de activități de învățare

1.3. Identificarea noțiunilor geometrice elementare și a unităților de măsură în diferite contexte

- Observarea unor figuri geometrice pe modele fizice/desene
- Descrierea și identificarea unor elemente ale figurilor și ale corpurilor geometrice
- Identificarea unor segmente congruente sau unghiuri congruente în configurații cu axe de simetrie
- Alegerea unității de măsură pentru estimarea lungimilor/distanțelor, ariilor și volumelor în diferite situații practice

2.3. Utilizarea instrumentelor geometrice pentru a măsura sau pentru a construi configurații geometrice

- Construcția unor figuri geometrice cu dimensiuni date
- Măsurarea unor lungimi pe modele sau obiecte din realitatea înconjurătoare (utilizând instrumente de măsură adecvate)
- Aplicarea unor metode practice pentru măsurarea perimetrelor pe modele sau obiecte din realitatea înconjurătoare
- Construcția unor segmente congruente și a unor unghiuri congruente
- Reprezentarea prin desen a unor configurații geometrice (drepte paralele, drepte perpendiculare, unghiuri de măsură dată etc.)
- Măsurarea cu raportorul a unui unghi dat

3.3. Determinarea perimetrelor, a ariilor (pătrat, dreptunghi) și a volumelor (cub, paralelipiped dreptunghic) și exprimarea acestora în unități de măsură corespunzătoare

- Transformări ale unităților de măsură standard folosind fracții zecimale
- Calcularea perimetrului unei figuri geometrice, evidențiind intuitiv perimetrul
- Operații cu măsuri de unghiuri (limitate numai la grade și minute sexagesimale)

- Determinarea volumului unui cub, al unui paralelipiped dreptunghic, utilizând rețeaua de cuburi cu lungimea muchiei egală cu 1 și deducerea formulei de calcul
- Aplicarea formulei pentru calculul volumului unui cub și a unui paralelipiped dreptunghic

4.3. Transpunerea în limbaj specific a unor probleme practice referitoare la perimetre, arii, volume, utilizând transformarea convenabilă a unităților de măsură

- Compararea unor distanțe/lungimi, perimetre, arii și volume exprimate prin unități de măsură diferite
- Descrierea unor reprezentări geometrice în situații practice/aplicative (de exemplu, realizarea planului clasei, al curții școlii prin metoda proiectului)
- Descrierea metodelor utilizate pentru verificarea coliniarității unor puncte date (de exemplu, cu măsuri de unghiuri, cu lungimi de segmente)

5.3. Interpretarea prin recunoașterea elementelor, a măsurilor lor și a relațiilor dintre ele, a unei configurații geometrice dintr-o problemă dată

- Estimarea sau determinarea ariilor unor suprafețe în contexte reale, utilizând carioaje/pavaje
- Estimarea ariei unei piese de pavaj atunci când cunoaștem aria suprafeței și numărul de piese
- Estimarea mărimii unor caracteristici (lungime, arie, volum) ale unor obiecte din mediul înconjurător
- Determinarea prin pliere a axelor de simetrie pentru pătrat, dreptunghi
- Estimarea capacității unui vas prin raportare la capacitatea altui vas (activitate practică sau lecții demonstrative utilizând calculatorul)

6.3. Analizarea unor probleme practice care includ elemente de geometrie studiate, cu referire la unități de măsură și la interpretarea rezultatelor

- Alegerea unui etalon adecvat pentru activități practice referitoare la lungimi/ arii/volume/capacități
- Stabilirea unor legături, în contexte reale, între diferite tipuri de măsurători (de exemplu: determinarea indicelui de masă corporală, determinarea cantității de apă care se acumulează într-un vas în timp dat)
- Aplicarea în situații practice a elementelor de geometrie, pentru a obține un răspuns la o problemă deschisă (de exemplu, utilizarea unor metode personale pentru transpunerea unui model geometric dat pe hârtie la suprafețe mari: rond de flori, mozaic, mandala) sau pentru a realiza estimări (de exemplu, determinarea numărului de portocale care încap într-o cutie cubică imaginată cu latura de 100 metri)
- Modelarea unei situații date, referitoare la segmente, figuri congruente, mijlocul unui segment și simetricul unui punct față de un punct, prin transpunerea acestora din contextul dat în limbaj specific

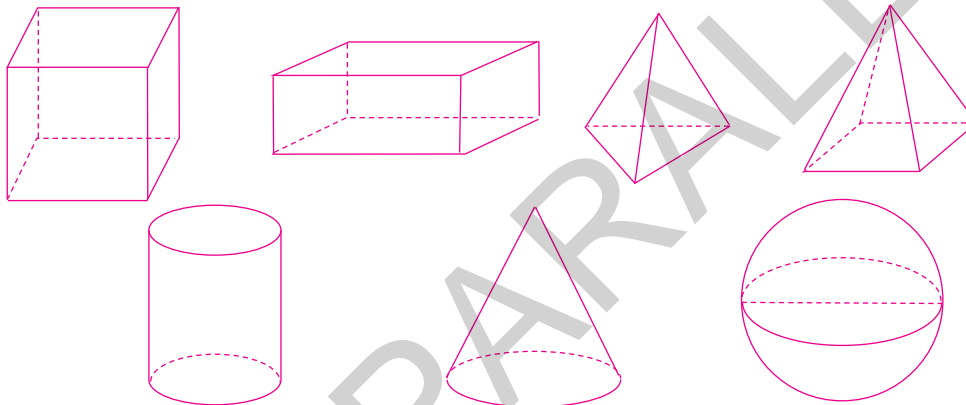
PE-PP 1. Punct, dreaptă, plan



Geometria este una dintre cele mai vechi științe. Cuvântul „geometrie” este de origine greacă: *geo* = „pământ”; *metron* = „măsură”, deci ar însemna măsurarea pământului. Prin urmare, geometria a fost dezvoltată pentru a înțelege mai bine realitatea înconjurătoare.

Cele mai simple **noțiuni geometrice** sunt: punctul, dreapta și planul.

Principalul mijloc de reprezentare a noțiunilor geometrice pe foaia caietului sau pe tabla clasei în care învățăm este desenul. Se obțin în acest fel **figuri geometrice**. Instrumentele folosite pentru desena figurilor geometrice sunt: **rigla** (gradată și negrată), **compasul**, **echerul** și **raportorul**. De exemplu, figurile geometrice desenate mai jos reprezintă următoarele noțiuni geometrice: cub, paralelipiped, tetraedru, piramidă, cilindru, con, sferă.



Aceste noțiuni geometrice au în realitatea înconjurătoare câte un corespondent care este un obiect (corp) al spațiului fizic în care trăim.

În geometrie, **punctele se notează cu litere mari de tipar: A, B, C, \dots , dreptele cu litere mici: a, b, c, \dots , iar planele cu litere grecești: $\alpha, \beta, \gamma, \dots$**

Uneori aceste litere sunt afectate de câte un indice inferior (exemple: $A_1, d_2, \alpha_3, \dots$ *) sau de câte un indice superior (exemple: A', d'', α'', \dots †).

Noțiunile punct, dreaptă, plan vor fi reprezentate după cum urmează (fig. 1):

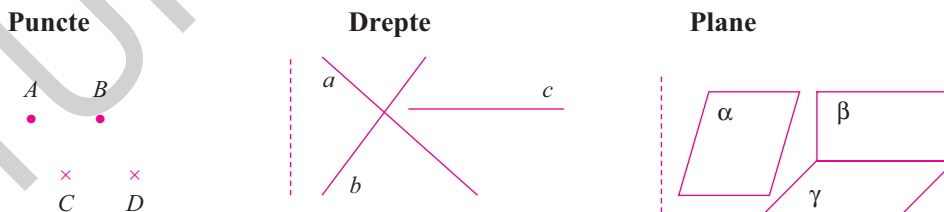


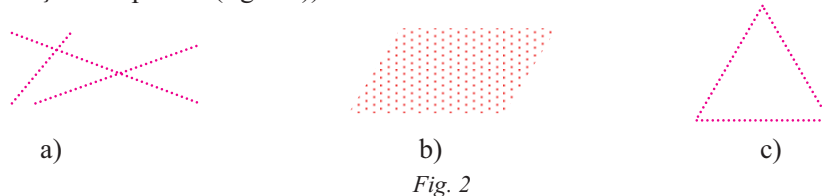
Fig. 1

* Citim: A unu, d doi, α trei, ...

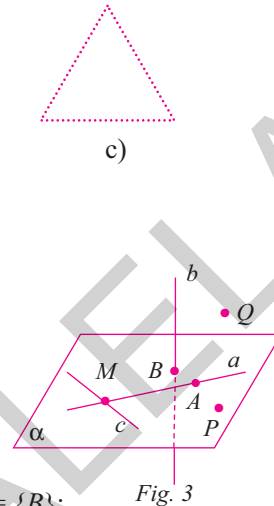
† Citim: A prim, d secund, α secund, ...

Vom privi dreptele și planele ca **mulțimi de puncte** (fig. 2 a) și b)).

Orice **figură geometrică** este văzută ca o **mulțime de puncte**. De exemplu, un triunghi este o mulțime de puncte (fig. 2 c)).



- Să privim cu atenție figura 3. Spunem că:
- punctul A aparține dreptei a și notăm $A \in a$;
 - punctul P nu aparține dreptei a și notăm $P \notin a$;
 - punctul P aparține planului α și notăm $P \in \alpha$;
 - punctul Q nu aparține planului α și notăm $Q \notin \alpha$;
 - dreapta a este inclusă în planul α și notăm $a \subset \alpha$;
 - dreapta b nu este inclusă în planul α și notăm $b \not\subset \alpha$;
 - dreapta b intersectează planul α în punctul B și notăm $b \cap \alpha = \{B\}$;
 - dreptele a și c se intersectează în punctul M și notăm $a \cap c = \{M\}$.



REȚINEȚI! Orice figură geometrică este o mulțime de puncte.

Poziții relative ale punctelor și ale dreptelor



- Două drepte pot fi:
- necoplanare
 - coplanare
 - confundate
 - secante sau concurente
 - paralele

Mai multe drepte pot fi concurente sau nu.

Definiții:

Două drepte se numesc **coplanare** dacă există un plan care să le conțină pe amândouă; în caz contrar, ele sunt **necoplanare**. Dreptele necoplanare **nu au puncte comune**. Două drepte coplanare pot fi **secante** dacă au un punct comun, **paralele** dacă nu au puncte comune și **confundate** dacă au toate punctele comune.

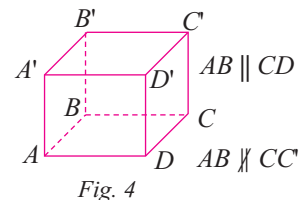
Dacă două drepte a și b sunt **paralele**, notăm $a \parallel b$, iar dacă **nu sunt paralele** notăm $a \nparallel b$.

Dacă trei sau mai multe drepte **au un punct comun**, ele se vor numi drepte **concurente**.

Să considerăm un cub (fig. 4).

- AB și CC' sunt **drepte necoplanare**.
- AB și CD sunt **drepte paralele**.
- AB și AD sunt **drepte secante** și notăm $AB \cap AD = \{A\}$.
- AB, AD, AA' sunt **drepte concurente**, adică au punctul

A comun și notăm $AB \cap AD \cap AA' = \{A\}$.



Cuprins

ARITMETICĂ. ALGEBRĂ

Fracții zecimale

1. Scrierea fracțiilor ordinare cu numitori puteri ale lui 10 sub formă de fracții zecimale. Transformarea unei fracții zecimale, cu un număr finit de zecimale nenule, într-o fracție ordinară	7
2. Aproximări. Compararea și ordonarea fracțiilor zecimale. Reprezentarea pe axa numerelor a fracțiilor zecimale	13
Recapitulare și sistematizare prin teste.....	18
<i>Test de autoevaluare</i>	21
3. Adunarea fracțiilor zecimale care au un număr finit de zecimale nenule.....	23
4. Scăderea fracțiilor zecimale care au un număr finit de zecimale nenule.....	25
5. Înmulțirea fracțiilor zecimale care au un număr finit de zecimale nenule.....	28
O aplicație a înmulțirii: ridicarea la putere cu exponent număr natural a unei fracții zecimale care are un număr finit de zecimale nenule.....	31
Recapitulare și sistematizare prin teste.....	33
<i>Test de autoevaluare</i>	35
6. Împărțirea a două numere naturale cu rezultat fracție zecimală. Transformarea unei fracții ordinare într-o fracție zecimală. Periodicitate	37
7. Împărțirea unei fracții zecimale finite la un număr natural nenul. Împărțirea unui număr natural la o fracție zecimală finită. Împărțirea a două fracții zecimale finite.....	40
8. Transformarea unei fracții zecimale periodice într-o fracție ordinară.....	43
9. Număr rațional pozitiv. Ordinea efectuării operațiilor	46
10. Media aritmetică a două fracții zecimale finite	48
Recapitulare și sistematizare prin teste.....	51
<i>Test de autoevaluare</i>	53
11. Metode aritmetice pentru rezolvarea problemelor cu fracții în care intervin și unități de măsură pentru lungime, arie, volum, capacitate, masă, timp și unități monetare.....	55
Metoda reducerii la unitate	55
Metoda comparației	55
Metoda figurativă.....	56
Metoda mersului invers.....	58
Metoda falsei ipoteze	58
12. Probleme de organizare a datelor, frecvență, date statistice organizate în tabele, grafice cu bare și/sau cu linii, media unui set de date statistice	60
Recapitulare și sistematizare prin teste.....	64
<i>Test de autoevaluare</i>	67

GEOMETRIE

Elemente de geometrie și unități de măsură

1. Punct, dreaptă, plan	71
Poziții relative ale punctelor și ale dreptelor	72
2. Distanța dintre două puncte. Semidreaptă. Semiplan	76
3. Segment. Lungimea unui segment. Segmente congruente. Mijlocul unui segment ..	78
Recapitulare și sistematizare prin teste.....	83
<i>Test de autoevaluare</i>	85
4. Unghi: definiție, notații, elemente. Interiorul unui unghi, exteriorul unui unghi	87
5. Măsurarea unghiurilor. Unghi drept. Unghi ascuțit. Unghi obtuz. Calcule cu măsuri de unghiuri	89
6. Unghiuri congruente. Bisectoarea unui unghi	91
7. Calcule cu măsuri de unghiuri exprimate în grade și minute sexagesimale. Unghiuri adiacente. Unghiuri complementare. Unghiuri suplementare	94
8. Figuri congruente. Axă de simetrie	98
Probleme de matematică aplicată în viața cotidiană.....	103
Recapitulare și sistematizare prin teste.....	106
<i>Test de autoevaluare</i>	109
9. Unități de măsură pentru lungime; transformări. Perimetre	111
Recapitulare și sistematizare prin teste.....	114
<i>Test de autoevaluare</i>	115
10. Unități de măsură pentru arie; transformări. Aria pătratului și a dreptunghiului... 117	
Recapitulare și sistematizare prin teste.....	123
<i>Test de autoevaluare</i>	125
11. Unități de măsură pentru volum; transformări. Volumul cubului și al paralelipipedului dreptunghic	127
Recapitulare și sistematizare prin teste.....	130
<i>Test de autoevaluare</i>	131
12. Unități de măsură pentru capacitate; transformări.....	133
Recapitulare și sistematizare prin teste.....	135
<i>Test de autoevaluare</i>	137
13. Unități de măsură pentru masă; transformări.....	139
Recapitulare și sistematizare prin teste.....	141
<i>Test de autoevaluare</i>	143
14. Unități de măsură pentru timp; transformări	145
Recapitulare și sistematizare prin teste.....	147
<i>Test de autoevaluare</i>	149
15. Unități monetare; transformări	151
Recapitulare și sistematizare prin teste.....	154
<i>Test de autoevaluare</i>	159
Modele de teze semestriale	161
Probleme date la concursurile școlare	166
INDICAȚII ȘI RĂSPUNSURI	171