Nume: ....
Prenume: ....
Clasă:...
Şcoală:..
....

MATE 2000+ Inițiere

EDITURA PARALELA 45 EDUCAȚIONAL

Acest auxiliar didactic este aprobat pentru utilizarea în unitățile de învățământ preuniversitar prin O.M.E.N. nr. 4696/02.08.2019.
Lucrarea este elaborată în conformitate cu Programa şcolară în vigoare pentru clasa a VII-a, aprobată prin O.M.E.N. nr. 3393/28.02.2017.

Referinţă ştiinţifică: Lucrarea a fost definitivată prin contribuţia şi recomandările Comisiei ştiinţifice şi metodice a publicaţiilor Societăţii de Ştiinţe Matematice din România. Aceasta şi-a dat avizul favorabil în ceea ce priveşte alcătuirea şi conţinutul matematic.

Redactare: Roxana Pietreanu
Tehnoredactare: Iuliana Ene
Pregătire de tipar: Marius Badea
Design copertă: Mirona Pintilie

Descrierea CIP a Bibliotecii Naţionale a României
TUDOR, ION
Matematică : algebră, geometrie : modalităţi de lucru diferenţiate, pregătire suplimentară prin planuri individualizate : caiet de lucru : clasa 7 / Ion Tudor. - Ed. a 5-a, rev.. - Piteşti : Paralela 45, 2021
2 vol.
ISBN 978-973-47-3416-0
Partea 1. - 2021. - ISBN 978-973-47-3417-7

51

Tiparul executat la tipografia *Editurii Paralela 45*
E-mail: tipografie@edituraparalela45.ro

Ion TUDOR

matematică

algebră, geometrie

• Modalități de lucru diferențiate
• Pregătire suplimentară prin planuri individualizate

Caiet de lucru

Partea I

7

Ediția a V-a, revizuită

ÎNVĂȚARE DE INIȚIERE
susținere, remediere

Editura Paralela 45

Stimate cadre didactice/dragi elevi,

Vă mulţumim că şi în acest an şcolar aţi ales să utilizaţi auxiliarele din colecţia **Mate 2000+**!

Mate 2000+ este cea mai longevivă colecţie din domeniul educaţional la nivel naţional şi, pentru multe generaţii de elevi, astăzi părinţi, reprezintă sinonimul reuşitei în carieră şi de ce nu, în viaţă. Concepută şi gândită de un colectiv de specialişti în domeniul educaţiei ca un produs unic pe piaţa editorială din România, **MATE 2000+** a reuşit să se impună, fiind în acest moment lider pe piaţa auxiliarelor şcolare dedicate matematicii.

Tehnologia a evoluat, vremurile s-au schimbat, iar toate acestea ne fac să credem că şi modul de abordare a predării se va schimba treptat. Fideli dezideratului de a oferi elevilor informaţii de un real folos, avem deosebita plăcere de a vă prezenta **Aplicaţia MATE 2000+**. Creată într-un mod intuitiv, disponibilă atât în Apple Store, cât şi în Play Store, cu secţiuni dedicate elevilor şi profesorilor, aplicaţia îmbogăţeşte partea teoretică din auxiliarele noastre.

Rolul aplicaţiei MATE 2000+ este de a oferi elevilor posibilitatea de a urmări într-un mod sistematizat conţinuturile esenţiale din programă, iar pentru profesori reprezintă un sprijin important pentru organizarea eficientă a lecţiilor, atât la clasă, cât şi în sistem online.

Pentru a accesa aplicaţia urmaţi indicaţiile din insertul auxiliarului pe care tocmai l-aţi achiziţionat.

Vă dorim o experienţă de utilizare excelentă!
Echipa Editurii Paralela 45

GEOMETRIE

Capitolul I
PATRULATERUL

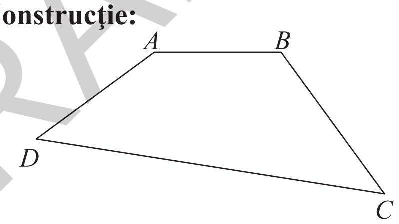
Lecţia 1. Patrulaterul convex

Citesc şi reţin

Definiţie: Numim **patrulater** de vârfuri A, B, C şi D reuniunea segmentelor $AB \cup BC \cup$ $\cup\ CD \cup DA$, unde punctele distincte A, B, C şi D îndeplinesc condiţiile:
– oricare trei dintre ele sunt necoliniare;
– $AB \cap CD = \varnothing$, $BC \cap AD = \varnothing$.
Patrulaterul de vârfuri A, B, C şi D se notează $ABCD$.

Definiţie: Un **patrulater** se numeşte **convex** dacă dreapta determinată de oricare două vârfuri alăturate ale acestuia **nu separă** celelalte două vârfuri ale patrulaterului.

Construcţie:



Elemente:
a) vârfurile patrulaterului: A, B, C, D;
b) laturile patrulaterului: AB, BC, CD, DA;
c) unghiurile patrulaterului: $\sphericalangle A$, $\sphericalangle B$, $\sphericalangle C$, $\sphericalangle D$;
d) diagonalele patrulaterului: AC, BD.

Laturile AB şi BC, BC şi CD etc. se numesc **alăturate**, iar laturile AB şi CD, respectiv BC şi DA se numesc **opuse**.
Unghiurile $\sphericalangle A$ şi $\sphericalangle B$, $\sphericalangle B$ şi $\sphericalangle C$ etc. se numesc **alăturate**, iar unghiurile $\sphericalangle A$ şi $\sphericalangle C$, respectiv $\sphericalangle B$ şi $\sphericalangle D$ se numesc **opuse**.

Proprietăţi:
Teoremă: Suma măsurilor unghiurilor unui patrulater convex este egală cu **360°**.
Definiţie: Perimetrul patrulaterului convex $ABCD$ este dat de formula:

$$\mathscr{P}_{ABCD} = AB + BC + CD + DA.$$

Cum se aplică?

1. Fie $ABCD$ un patrulater convex. Dacă $\sphericalangle A = 60°$, $\sphericalangle B = 73°$ şi $\sphericalangle C = 135°$, aflaţi măsura unghiului D.
Soluţie:
$\sphericalangle A + \sphericalangle B + \sphericalangle C + \sphericalangle D = 360°$, deci $60° + 73° + 135° + \sphericalangle D = 360°$ sau $268° + \sphericalangle D = 360°$, de unde rezultă că $\sphericalangle D = 360° - 268°$ şi obţinem $\sphericalangle D = 92°$.

2. Calculați perimetrul patrulaterului convex *DEFG*, cu $DE = 7$ cm, $EF = 5$ cm, $FG =$ $= 3$ cm și $GD = 6$ cm.

Soluție:

$\mathcal{P}_{DEFG} = DE + EF + FG + GD = 7\text{ cm} + 5\text{ cm} + 3\text{ cm} + 6\text{ cm} = 21\text{ cm}.$

3. Determinați măsurile unghiurilor patrulaterului convex *MNPQ* știind că $\sphericalangle M = 5\sphericalangle P$, $\sphericalangle N = 2\sphericalangle P$ și $\sphericalangle Q = 4\sphericalangle P$.

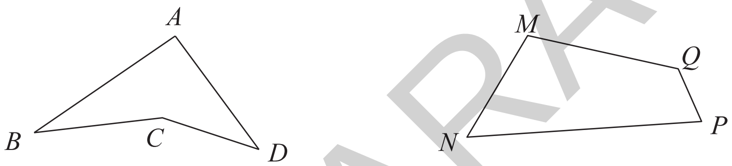
Soluție:

$\sphericalangle M + \sphericalangle N + \sphericalangle P + \sphericalangle Q = 360°$, deci $5\sphericalangle P + 2\sphericalangle P + \sphericalangle P + 4\sphericalangle P = 360°$, deci $12\sphericalangle P = 360°$, de unde rezultă că $\sphericalangle P = 360° : 12$ și obținem $\sphericalangle P = 30°$; $\sphericalangle M = 5 \cdot 30° = 150°$; $\sphericalangle N = 2 \cdot 30° =$ $= 60°$ și $\sphericalangle Q = 4 \cdot 30° = 120°$.

Știu să rezolv

Exerciții și probleme de dificultate minimă

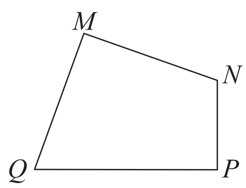
1. Completați spațiul punctat cu răspunsul corect. Dintre patrulaterele *ABCD* și *MNPQ* reprezentate în figurile următoare, cel convex este patrulaterul ....



2. Construiți patrulaterul convex *ABCD* și notați cu *O* punctul de intersecție al diagonalelor acestuia.

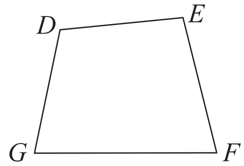
3. În figura alăturată este reprezentat patrulaterul convex *MNPQ*. Stabiliți valoarea de adevăr a propozițiilor:

a) $\sphericalangle M$ și $\sphericalangle N$ sunt alăturate; ☐
b) $\sphericalangle P$ și $\sphericalangle Q$ sunt opuse; ☐
c) $\sphericalangle N$ și $\sphericalangle Q$ sunt alăturate; ☐
d) $\sphericalangle M$ și $\sphericalangle P$ sunt opuse. ☐



4. În figura alăturată este reprezentat patrulaterul convex *DEFG*. Stabiliți valoarea de adevăr a propozițiilor:

a) laturile *DE* și *FG* sunt alăturate; ☐
b) laturile *DG* și *FG* sunt opuse; ☐
c) laturile *DE* și *EF* sunt alăturate; ☐
d) laturile *DG* și *EF* sunt opuse. ☐



5. Încercuiţi litera corespunzătoare răspunsului corect. Suma măsurilor unghiurilor unui patrulater convex este egală cu:

A. 180°; B. 300°; C. 360°; D. 400°.

6. Stabiliţi valoarea de adevăr a propoziţiei: „Patrulaterul convex care are unghiurile congruente este dreptunghi sau pătrat.” ☐

7. Fie *ABCD* un patrulater convex. Dacă:

a) $\sphericalangle A = 55°$, $\sphericalangle B = 75°$ şi $\sphericalangle C = 120°$, aflaţi $\sphericalangle D$;

b) $\sphericalangle B = 83°$, $\sphericalangle C = 90°$ şi $\sphericalangle D = 102°$, aflaţi $\sphericalangle A$.

b)

8. Calculaţi perimetrul patrulaterului convex *MNPQ* în următoarele cazuri:

a) $MN = 3$ cm, $NP = 5$ cm, $PQ = 9$ cm şi $QM = 6$ cm;

b) $MN = 8$ cm, $NP = 7$ cm, $PQ = 5$ cm şi $QM = 4$ cm.

b)

9. Stabiliţi valoarea de adevăr a propoziţiei: „Patrulaterul convex care are laturile congruente este pătrat.” ☐

Exerciţii şi probleme de dificultate medie

10. Se consideră patrulaterul convex *ABCD* care are perimetrul egal cu 41 cm şi $AB \equiv BC$. Ştiind că:

a) $AB = 8$ cm şi $CD = 13$ cm, aflaţi *AD*; b) $CD = 9$ cm şi $DA = 15$ cm, aflaţi *BC*.

11. Determinaţi măsurile unghiurilor patrulaterului convex *MNPQ* în următoarele cazuri:

a) $\sphericalangle N = 2\sphericalangle M$, $\sphericalangle P = 3\sphericalangle M$ şi $\sphericalangle Q = 4\sphericalangle M$; b) $\sphericalangle M = 4\sphericalangle N$, $\sphericalangle P = 5\sphericalangle N$ şi $\sphericalangle Q = 5\sphericalangle N$.

12. Determinaţi măsurile unghiurilor unui patrulater convex, ştiind că acestea se exprimă prin patru numere naturale consecutive de aceeaşi paritate.

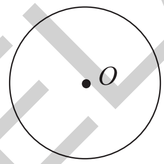
13. Patrulaterul convex *DEFG* are perimetrul egal cu 90 cm. Determinaţi lungimile laturilor patrulaterului, ştiind că:

a) $DE = EF$, $FG = \frac{1}{3}DE$ şi $GD = \frac{2}{3}DE$; b) $EF = FG$, $GD = \frac{1}{4}EF$ şi $DE = \frac{3}{4}EF$.

CAPITOLUL II
Cercul

Lecția 12. Unghi înscris în cerc

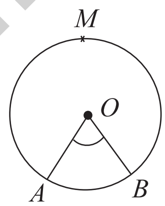
Citesc şi reţin



Definiţie: Numim **cerc** de centru O şi rază R, notat $\mathscr{C}(O, R)$, mulţimea punctelor din plan situate la distanţa R faţă de punctul O.

Definiţie: Măsura unui cerc este egală cu 360°.

Definiţie: Un unghi care are vârful în centrul unui cerc se numeşte **unghi la centru**. (În figura alăturată, unghiul $\sphericalangle AOB$ este unghi la centru pentru cercul respectiv.)



Definiţii:

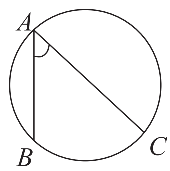
1. Mulţimea punctelor de pe un cerc situate în interiorul unghiului $\sphericalangle AOB$ se numeşte **arcul mic** AB, notat $\overset{\frown}{AB}$.
2. Mulţimea punctelor de pe cerc situate în exteriorul unghiului $\sphericalangle AOB$ se numeşte **arcul mare** AB, notat $\overset{\frown}{AMB}$, unde M este un punct de pe cerc situat în exteriorul unghiului $\sphericalangle AOB$ (pentru ambele arce, punctele A şi B se numesc **capete** sau **extremităţi**).

Observaţie: Măsura arcului de cerc de extremităţi X şi Y se notează $\overset{\frown}{XY}$.

Definiţii:

1. Dacă $\overset{\frown}{AB}$ este un arc mic, atunci $\overset{\frown}{AB} = \sphericalangle AOB$.
2. Dacă $\overset{\frown}{AMB}$ este un arc mare, atunci $\overset{\frown}{AMB} = 360° - \sphericalangle AOB$.

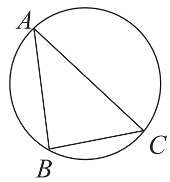
Definiţie: Două arce $\overset{\frown}{AB}$ şi $\overset{\frown}{CD}$ ale aceluiaşi cerc (sau din cercuri congruente) se numesc **congruente**, dacă $\overset{\frown}{AB} = \overset{\frown}{CD}$; se notează $\overset{\frown}{AB} \equiv \overset{\frown}{CD}$.



Definiţie: Un unghi cu vârful pe cerc şi ale cărui laturi sunt două coarde ale cercului se numeşte **unghi înscris în cerc**.

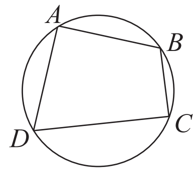
Teoremă: Măsura unui unghi înscris în cerc este egală cu jumătate din măsura arcului de cerc cuprins între laturile sale:

$$\sphericalangle BAC = \frac{\overset{\frown}{BC}}{2}.$$



Definiţie: Un triunghi se numeşte **înscris într-un cerc** dacă vârfurile sale aparţin cercului respectiv. În acest caz, spunem că cercul este **circumscris triunghiului**, centrul său fiind punctul de concurenţă a mediatoarelor laturilor triunghiului.

Definiţie: Un patrulater se numeşte **patrulater inscriptibil**, dacă există un cerc care conţine vârfurile acestuia. Cercul respectiv se numeşte **cercul circumscris patrulaterului**.



Teoremă: Patrulaterul care are unghiurile opuse suplementare este inscriptibil.

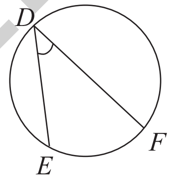
Teoremă: Patrulaterul în care diagonalele formează cu două laturi opuse ale acestuia unghiuri congruente este inscriptibil.

Cum se aplică?

1. Pe un cerc se consideră punctele E şi F şi punctul D pe arcul mare de extremităţi E şi F.

a) Dacă $\overset{\frown}{EF} = 56°$, aflaţi $\sphericalangle EDF$. b) Dacă $\sphericalangle EDF = 32°$, aflaţi $\overset{\frown}{EF}$.

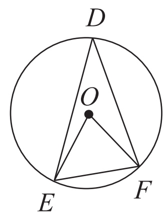
Soluţie:



a) $\sphericalangle EDF = \dfrac{\overset{\frown}{EF}}{2} = \dfrac{56°}{2} = 28°$; b) $\sphericalangle EDF = \dfrac{\overset{\frown}{EF}}{2}$, deci $32° = \dfrac{\overset{\frown}{EF}}{2}$, de unde rezultă că $\overset{\frown}{EF} = 32° \cdot 2$ şi obţinem $\overset{\frown}{EF} = 64°$.

2. Pe cercul $\mathscr{C}(O,\ 2\sqrt{3}\text{ cm})$ se consideră punctele D, E şi F. Ştiind că $\sphericalangle EDF = 30°$, calculaţi lungimea coardei EF.

Soluţie:

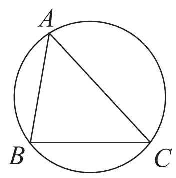


$\sphericalangle EDF = \dfrac{\overset{\frown}{EF}}{2}$ sau $30° = \dfrac{\overset{\frown}{EF}}{2}$, de unde rezultă că $\overset{\frown}{EF} = 60°$, prin urmare $\sphericalangle EOF = 60°$, deci ΔEOF este echilateral, prin urmare $EF = R = 2\sqrt{3}$ cm.

3. Fie ABC un triunghi înscris într-un cerc. Aflaţi măsurile unghiurilor triunghiului ABC, ştiind că măsurile arcelor $\overset{\frown}{AB}$, $\overset{\frown}{BC}$ şi $\overset{\frown}{CA}$ sunt direct proporţionale cu numerele 10, 11 şi 19.

Soluţie:

Din ipoteză avem $\dfrac{\overset{\frown}{AB}}{10} = \dfrac{\overset{\frown}{BC}}{11} = \dfrac{\overset{\frown}{CA}}{19} = \dfrac{\overset{\frown}{AB}+\overset{\frown}{BC}+\overset{\frown}{CA}}{10+11+19} = \dfrac{360°}{40} = 9°$, deci $\dfrac{\overset{\frown}{AB}}{10} = 9°$, de unde rezultă că $\overset{\frown}{AB} = 90°$ şi analog obţinem $\overset{\frown}{BC} = 99°$ şi $\overset{\frown}{CA} = 171°$; $\sphericalangle A = \dfrac{\overset{\frown}{BC}}{2} = \dfrac{99°}{2} = 49°30'$, $\sphericalangle B = \dfrac{\overset{\frown}{CA}}{2} = \dfrac{171°}{2} = 85°30'$, $\sphericalangle C = \dfrac{\overset{\frown}{AB}}{2} = \dfrac{90°}{2} = 45°$.

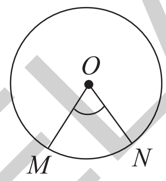


Ştiu să rezolv

Exerciţii şi probleme de dificultate minimă

1. Încercuiţi litera corespunzătoare singurului răspuns corect.
Măsura cercului este egală cu:
A. 100°; B. 180°; C. 360°; D. 400°.

2. În figura alăturată este reprezentat cercul $\mathscr{C}(O)$ şi unghiul la centru $\sphericalangle MON$. Completaţi spaţiile punctate cu răspunsul corect:



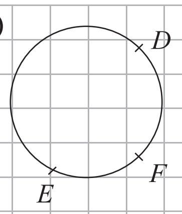
a) Dacă $\sphericalangle MON = 54°$, atunci $\overset{\frown}{MN}$ = ...

b) Dacă $\overset{\frown}{MN} = 48°$, atunci $\sphericalangle MON$ = ...

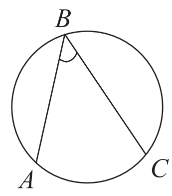
3. Pe un cerc se consideră punctele E şi F, iar pe arcul mare de extremităţi E şi F se consideră punctul D. Aflaţi $\overset{\frown}{EF}$ şi $\overset{\frown}{EDF}$, dacă:

a) $\overset{\frown}{EDF} = 5\overset{\frown}{EF}$; b) $\overset{\frown}{EDF} = 4\overset{\frown}{EF}$.

b)



4. În figura alăturată este reprezentat un cerc şi unghiul $\sphericalangle ABC$ înscris în cercul respectiv. Stabiliţi valoarea de adevăr a propoziţiilor:

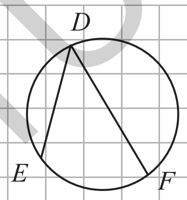


a) $\sphericalangle ABC = \dfrac{\overset{\frown}{AC}}{3}$; ☐ b) $\sphericalangle ABC = \dfrac{\overset{\frown}{AC}}{2}$. ☐

5. Pe un cerc se consideră punctele E şi F, iar punctul D este situat pe arcul mare de extremităţi E şi F. Aflaţi $\sphericalangle EDF$, dacă:

a) $\overset{\frown}{EF} = 40°$; b) $\overset{\frown}{EF} = 74°$; c) $\overset{\frown}{EF} = 96°$.

c)



INDICAȚII ŞI RĂSPUNSURI

TESTE DE EVALUARE INIȚIALĂ

Testul 1

Partea I:

Nr. item	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Rezultate	B	C	A	D	D	A	B	C	D

Partea a II-a: **1.** $BC + AC > AB$, deci $BC = 10$ cm. **2.** a) $x = \frac{11}{10} - \left(\frac{^{4)}7}{3} - \frac{^{3)}1}{4}\right) : \frac{5}{6} = \frac{11}{10} - \frac{25}{12} \cdot \frac{6}{5} = \frac{^{3)}11}{10} - \frac{^{5)}5}{6} = \frac{8^{(2}}{30} = \frac{4}{15}$; b) $x = \frac{4}{15} = 0{,}2(6) = 0{,}266...$, deci rotunjind la a doua zecimală numărul rațional pozitiv x obținem 0,27. **3.** a) $BC = 17$ cm; b) $\sphericalangle AED = 60°$; c) ΔADE este echilateral cu latura de 10 cm, prin urmare $\mathscr{P}_{ADE} = 30$ cm.

Testul 2

Partea I:

Nr. item	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Rezultate	C	D	A	B	A	D	C	B	A

Partea a II-a: **1.** $x = \frac{21}{40}$. **2.** a) $a = 9$ şi $b = 12$; b) $\frac{b}{a} = \frac{12}{9} = \frac{4}{3} = 1{,}(3)$. **3.** a) $\sphericalangle NFD = \sphericalangle EDF = 60°$, deci $NF \parallel DE$; b) $NF \equiv MD$; $\sphericalangle F \equiv \sphericalangle D$ şi $FD \equiv DE$, deci $\Delta NFD \equiv \Delta MDE$; c) $\Delta NFD \equiv \Delta MDE$, deci $\sphericalangle DNF = \sphericalangle EMD = 90°$, deci $DN \perp FN$, dar $FN \parallel DE$, prin urmare $ND \perp DE$.

Testul 3

Partea I:

Nr. item	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Rezultate	D	D	C	A	C	A	B	C	C

Partea a II-a: **1.** $x \in \{0, 1, 2\}$. **2.** a) $x < y$; b) $y : (x^2 - y) = \frac{17}{9} : \left(\frac{121}{36} - \frac{17}{9}\right) = \frac{17}{9} : \frac{53}{36} = \frac{68}{53}$.

3. a) $\sphericalangle BAD = \sphericalangle ABD = 45°$, deci $AD \equiv BD$; b) $\sphericalangle ACE = 45°$ şi $\sphericalangle CDH = 90°$, deci $\sphericalangle DHC = 45°$; c) $AD \equiv BD$, $\sphericalangle ADH \equiv \sphericalangle BDC$ şi $DH \equiv DC$, deci $\Delta ADH \equiv \Delta BDC$, aşadar $AH \equiv BC$.

ALGEBRĂ

CAPITOLUL I. MULȚIMEA NUMERELOR REALE

Lecția 1. Rădăcina pătrată a pătratului unui număr natural. Estimarea rădăcinii pătrate dintr-un număr rațional

1. a) $16 = 4^2$; b) $36 = 6^2$; c) $49 = 7^2$; d) $64 = 8^2$; e) $81 = 9^2$; f) $100 = 10^2$; g) $144 = 12^2$; h) $196 = 14^2$; i) $324 = 18^2$; j) $400 = 20^2$. **2.** a) Rădăcina pătrată a numărului natural 25 este 5 sau radical din 25 este egal cu 5. **3.** a) A; b) A; c) A; d) A; e) F; f) A. **4.** a) $\sqrt{16} = 4$; b) $\sqrt{25} = 5$; c) $\sqrt{36} = 6$; d) $\sqrt{49} = 7$; e) $\sqrt{64} = 8$; f) $\sqrt{100} = 10$; g) $\sqrt{121} = 11$; h) $\sqrt{144} = 12$; i) $\sqrt{225} = 15$; j) $\sqrt{256} = 16$. **5.** a) $\sqrt{(-11)^2} = 11$; b) $\sqrt{(-23)^2} = 23$; c) $\sqrt{(-59)^2} = 59$; d) $\sqrt{(-77)^2} = 77$. **6.** a) $A = \{-7, 7\}$; b) $B = \{-8, 8\}$; $C = \{-29, 29\}$; $D = \{-67, 67\}$. **7.** a) 9; b) 1; c) 15; d) 13; e) 3; f) –4. **8.** a) 90; b) –1; c) –2; d) –7. **9.** a) A; b) A; c) A; d) A. **10.** a) $\frac{6}{5}$; b) $\frac{4}{7}$; c) $\frac{8}{9}$; d) $\frac{5}{7}$; e) $\frac{9}{10}$; f) $\frac{7}{12}$; g) $\frac{15}{8}$; h) $\frac{14}{5}$. **11.** a) $\frac{3}{2}$; b) $\frac{3}{4}$; c) $\frac{3}{2}$; d) $\frac{5}{6}$; e) $\frac{4}{7}$; f) $\frac{5}{9}$. **12.** a) $\frac{1}{2}$; b) $\frac{4}{5}$; c) $\frac{3}{5}$; d) $\frac{3}{2}$;

Cuprins