Maria Zaharia

Caiet de vacanță
Matematică

Clasa a VII-a

Suport teoretic, exerciţii şi probleme aplicative

Ediţia a III-a

Editura Paralela 45

Acest auxiliar didactic este aprobat pentru utilizarea în unitățile de învățământ preuniversitar prin O.M.E.C. nr. 5318/21.11.2019.

Redactare: Ramona Rossall, Daniel Mitran
Corectură: Andreea Roşca
Tehnoredactare: Carmen Rădulescu, Iuliana Ene
Pregătire de tipar: Marius Badea
Design copertă: Mirona Pintilie

Descrierea CIP a Bibliotecii Naționale a României
ZAHARIA, MARIA
Caiet de vacanță - matematică : clasa a VII-a : suport teoretic, exerciții şi probleme aplicative / Maria Zaharia. - Ed. a 3-a, - Piteşti : Paralela 45, 2022
ISBN 978-973-47-3585-3

51

ALGEBRĂ

CAPITOLUL I
MULȚIMEA NUMERELOR REALE

I.1 Rădăcina pătrată a pătratului unui număr natural. Estimarea rădăcinii pătrate dintr-un număr rațional

1. a) Dacă x este un număr natural, întreg sau rațional, atunci x^2 este .... lui x şi despre numărul x^2 se spune că este ....

b) Rădăcina pătrată a unui număr pozitiv a este numărul pozitiv notat ...., al cărui pătrat ....

2. a) Dacă a şi p sunt două numere pozitive, atunci $\sqrt{a} = p$ dacă şi numai dacă ....

b) Rădăcina pătrată a pătratului unui număr natural este ....

3. a) Operația prin care se află rădăcina pătrată a unui număr pozitiv se numeşte .... din acel număr.

b) Pentru a extrage rădăcina pătrată dintr-un pătrat perfect se descompune .... şi se foloseşte proprietatea $n = p^2 \Leftrightarrow \sqrt{n} =$ ....

4. a) Prin estimare se înțelege ....

b) A estima rădăcina pătrată a unui număr înseamnă ....
....
....

5. a) Pentru a estima, pentru a aproxima prin adaos sau prin lipsă la un anumit ordin de mărime rădăcina pătrată dintr-un număr pozitiv care nu este pătrat perfect, se foloseşte ....

b) A calcula rădăcina pătrată a numărului 2, care nu este ...., cu o eroare mai mică decât 0,00001, înseamnă a scrie $\sqrt{2} = 1{,}414213562...$ cu ajutorul unui .... şi a scrie rezultatul luând în considerație doar .... zecimale, adică $\sqrt{2} =$ ....

6. a) Dacă $n \in \{0, 1, 2, 7, 11, 12\}$, atunci $n^2 \in \{$........................$\}$.

b) Dacă $n^2 \in \{9, 16, 25, 36, 64, 81, 100\}$, atunci $\sqrt{n^2} \in \{$...$\} =$
$=$ ....

7. Se consideră mulțimea $M = \{8, 121, 72, 144, 49, 169\}$.

a) Elementele mulțimii M care sunt pătrate perfecte sunt ....

b) Rădăcinile pătrate ale numerelor naturale pătrate perfecte din mulțimea M sunt ....

8. a) Ultima cifră a unui număr natural pătrat perfect poate fi: ....

b) Dacă ultima cifră a unui număr natural este 2, 3, 7 sau 8, atunci numărul respectiv ....

....

9. a) Dacă ultima cifră a unui număr este 4, atunci numărul respectiv poate ....

.... sau ....

b) Numerele 14, 24, 34, 44, 54 ş.a.m.d. au ultima cifră 4 şi nu sunt ....

c) Numerele 4, 64, 144, 324 ş.a.m.d. au ultima cifră 4 şi sunt ....; $4 = 2^2$; $64 = 8^2$; $144 = 12^2$; $324 = 18^2$.

10. a) Dacă $\sqrt{\overline{1xy}}$ este număr natural, atunci $\overline{1xy} \in$ ....

....

b) Dacă $\sqrt{\overline{3ab}}$ este număr natural, atunci $a + b \in$ ....

....

11. Rădăcinile pătrate ale numerelor:

a) $2^2 \cdot 3^4$; $2^6 \cdot 5^2$; $5^4 \cdot 7^2$; $2^4 \cdot 3^2 \cdot 5^2$ sunt .... ;

b) 576; 1024; 1764; 15876 sunt ....

12. a) Pătratele perfecte mai mici decât 51 sunt ....

b) Pătratele perfecte cuprinse între 200 şi 391 sunt ....

13. a) Mulţimea $M = \{x \in \mathbb{N} \mid 3^2 \leq x < 6^2\}$ are .... elemente.

b) Numărul pătratelor perfecte cuprinse între 2^2 şi 7^2 este egal cu ....

14. Efectuând următoarele calcule se obţine:

a) $\sqrt{13^2 - 5^2} =$ .... ;

b) $\sqrt{12^2 + 16^2} =$ .... ;

c) $\sqrt{2 \cdot 3^2 + 7 \cdot 3^2} =$ .... ;

d) $\sqrt{9 \cdot 5^2 - 8 \cdot 5^2} =$ ....

15. a) Pătratele perfecte de trei cifre sunt: ....

....

b) Numerele de forma $5n + 2$, $5n + 3$, $5n + 7$ şi $5n + 8$ nu pot fi pătrate perfecte deoarece

....

....

16. Folosind un calculator, scrieţi cu două zecimale exacte numerele:

a) $\sqrt{19} =$ ....; b) $\sqrt{111} =$ ....; c) $\sqrt{631} =$ ....

17. a) Două numere întregi consecutive între care se poate încadra numărul $\sqrt{31}$ sunt .... şi ....

b) Aproximarea prin lipsă la sutimi a numărului $\sqrt{31}$ este ....

c) Aproximarea prin adaos la miimi a numărului $\sqrt{31}$ este ....

d) Rotunjirea la zecimi de miimi a numărului $\sqrt{31}$ este ....

18. Numerele naturale x pentru care:

a) $4 < \sqrt{x} < 5$ sunt: .... ;

b) $\sqrt{3} < x < \sqrt{19}$ sunt: ....

19. Trei numere raţionale cuprinse între:

a) $\sqrt{2}$ şi $\sqrt{3}$ sunt: .... ;

b) $\sqrt{17}$ şi $\sqrt{18}$ sunt: ....

20. Se consideră mulţimile: $A = \left\{0; \frac{1}{2^0}; \frac{1}{2^1}; \frac{1}{2^2}; \frac{1}{2^3}; \frac{64}{16}\right\}$ şi $B = \left\{\sqrt{x}, x \in A \text{ şi } \sqrt{x} \in \mathbb{N}\right\}$. Cardinalul mulţimii B este ...., deoarece $B = \{$..................$\}$.

21. Se consideră mulţimea $A = \left\{\frac{1}{1}; \frac{1}{2}; \frac{1}{3}; ...; \frac{1}{19}; \frac{1}{20}\right\}$. Mulţimea $B = \{x \in \mathbb{Q} \mid x^2 \in A\}$ are .... elemente.

22. Se consideră mulţimea $M = \left\{\sqrt{0,16}; \sqrt{\frac{9}{49}}; \sqrt{\frac{121}{25}}; \sqrt{\frac{4}{169}}\right\}$. Numărul fracţiilor subunitare din această mulţime este egal cu ....

23. Calculând rădăcinile pătrate ale numerelor: $\frac{25}{49}$; $\left(\frac{2}{3}\right)^4$; 0,25; $\frac{1}{2500}$; $\frac{196}{324}$ se obţin rezultatele:

....

24. Precizaţi rădăcina pătrată a numărului n cu aproximaţie de o unitate (prin lipsă şi prin adaos) dacă:

a) $n = 37$; b) $n = 71$.

Soluţie: a) Deoarece $36 < 37 < 49$, adică $6^2 < 37 < 7^2$, rezultă că $6 < \sqrt{37} < 7$ şi $\sqrt{37} \approx 6$ (prin lipsă), respectiv $\sqrt{37} \approx 7$ (prin adaos).

....

....

25. Demonstraţi că numărul $n = 2019 + 2(1 + 2 + 3 + ... + 2018)$ este pătrat perfect.

1. a) Desenați **un patrulater *ABCD* convex**.

Fig. 1.a

b) Desenați **un patrulater *MNPQ* concav**.

Fig. 1.b

2. Examinați cu atenție figura 2. Explicați de ce figura *ABCD* nu este un patrulater.

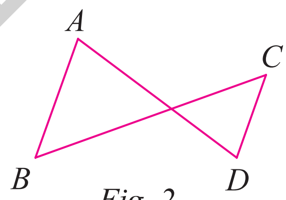

Fig. 2

Demonstrație: În figura alăturată *ABCD* nu este patrulater, deoarece segmentele *AD* și *BC* ....

3. Desenați un patrulater convex *ABCD* care să aibă:

a) două laturi opuse congruente;
b) două laturi opuse paralele și congruente;
c) două unghiuri alăturate suplementare;
d) două unghiuri alăturate congruente.

Fig. 3.a *Fig. 3.b* *Fig. 3.c* *Fig. 3.d*

4. Fie patrulaterul convex *ABCD* din figura alăturată. Calculați suma măsurilor unghiurilor patrulaterului.

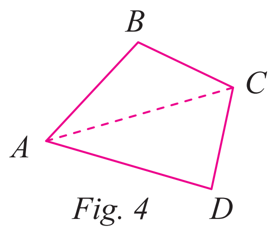

Fig. 4

Demonstrație: În ΔABC suma măsurilor unghiurilor este de 180°, adică:

$\sphericalangle CAB + \sphericalangle ABC + \sphericalangle BCA =$ ....° (1).

În triunghiul *ADC* ...., adică

.... = 180° (2).

Din (1) și (2) $\Rightarrow$ ....

5. a) Judecați și notați dacă se poate construi un patrulater convex, astfel încât suma măsurilor a trei unghiuri să fie $170°$.

b) Un patrulater $ABCD$ are unghiurile A și C drepte și unghiul B ascuțit. Demonstrați că unghiul D este obtuz.

Demonstrație: a) Cum suma măsurilor unghiurilor unui patrulater convex este de ....° și suma măsurilor celor trei unghiuri este $170°$, înseamnă că măsura .... ar fi $360° - 170° =$ ....°, ceea ce ...., deoarece $0° \leq x° \leq 180°$.

Deci, ...

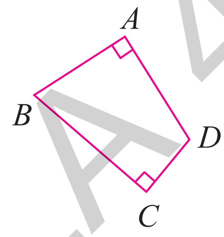

Fig. 5

b) În figura alăturată: $\sphericalangle A + \sphericalangle B + \sphericalangle C + \sphericalangle D = 360°$. Dar $\sphericalangle A + \sphericalangle C = 180° \Rightarrow$

$\Rightarrow \sphericalangle B + \sphericalangle D =$ .... $=$ ....° $\Rightarrow \sphericalangle D =$ ....°. Cum $\sphericalangle B$ este unghi ascuțit $\Rightarrow$

$\Rightarrow \sphericalangle B <$ ....° $\Rightarrow \sphericalangle D >$ ....°, adică $\sphericalangle D$ este unghi obtuz.

6. Calculați măsurile unghiurilor unui patrulater convex, știind că ele sunt direct proporționale cu numerele 2, 3, 4 și 6.

Demonstrație: Fie patrulaterul $ABCD$. Avem: $\frac{\sphericalangle A}{2} = \frac{\sphericalangle B}{3} = \frac{\sphericalangle C}{4} = \frac{\sphericalangle D}{6} = \frac{\text{..........}}{2+3+4+6} = \frac{360°}{\text{......}} = 24°$.

Din $\frac{\sphericalangle A}{2} = 24° \Rightarrow \sphericalangle A = 2 \cdot 24° = 48°$ ....

....

....

....

Deci, măsurile unghiurilor patrulaterului sunt: $48°$, ...°, ...°, ...°.

7. Specificați care dintre figurile ce urmează este paralelogram; justificați răspunsul dat.

Demonstrație: $ABCD$ ....,

deoarece $AB \parallel CD$ și ....

$MNPQ$ ....,

deoarece $MN \parallel PQ$ și ....

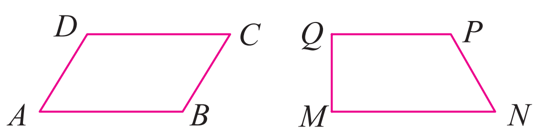

Fig. 6

8. Enunțați proprietățile paralelogramului:

a) Într-un paralelogram, laturile ....,

adică $AB \equiv CD$ și .... $\equiv$ ....

b) Într-un paralelogram, unghiurile opuse sunt ....,

adică $\sphericalangle A \equiv$ .... și $\sphericalangle B \equiv$ ....

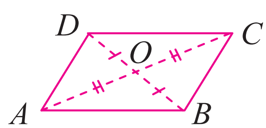

Fig. 7

c) Într-un paralelogram, unghiurile alăturate sunt ...., adică $\sphericalangle A + \sphericalangle B =$ ....°.

d) Într-un paralelogram, diagonalele ...., adică $AO \equiv$ .... și $BO \equiv$ ....

e) Punctul de intersecție a diagonalelor unui paralelogram este .... al acestuia, adică $AC \cap BD = \{O\} \Rightarrow O$ este .... al paralelogramului $ABCD$.

9. În paralelogramul $ABCD$ se știe că: $\sphericalangle A = 60°$, $AB = 3$ cm și $BO = 1$ cm. Calculați măsurile unghiurilor B, C și D ale paralelogramului și lungimile segmentelor DO și BD.

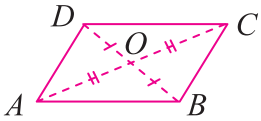

Fig. 8

Soluție: Într-un paralelogram, unghiurile opuse sunt .... $\Rightarrow \sphericalangle C =$ .... $=$ $=$ ....°. Într-un paralelogram, unghiurile consecutive (alăturate) sunt ...., adică $\sphericalangle A + \sphericalangle B =$ $=$ ....° $\Rightarrow 60° + \sphericalangle B = 180° \Rightarrow \sphericalangle B =$ .... $=$ ....°. Cum $\sphericalangle D \equiv \sphericalangle B \Rightarrow \sphericalangle D =$ .... Într-un paralelogram, diagonalele .... $\Rightarrow BO \equiv DO \Rightarrow DO = BO = 1$ cm $\Rightarrow BD =$ .... cm.

10. Fie A, B, C trei puncte necoliniare și O mijlocul segmentului AC. Dacă D este simetricul punctului B față de punctul O, specificați natura patrulaterului $ABCD$.

Soluție: Punctul D este .... punctului B față de punctul O; înseamnă că O este .... segmentului BD. Dar O este și .... segmentului AC. Cum diagonalele patrulaterului $ABCD$ au același mijloc, rezultă că $ABCD$ este ....

11. Analizați figura alăturată și demonstrați că patrulaterul $ABCD$ este un paralelogram.

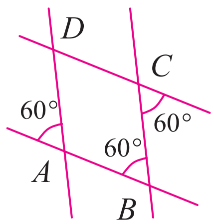

Fig. 9

Soluție: Dreptele AD și BC formează cu secanta AB unghiuri .... $\Rightarrow$ $\Rightarrow$ dreptele AD și BC sunt .... Dreptele AB și CD formează cu secanta BC unghiuri .... $\Rightarrow$ dreptele AB și CD sunt .... Deci, patrulaterul $ABCD$ este un paralelogram deoarece laturile opuse sunt .... două câte două.

12. Fie $ABCD$ un paralelogram, punctul $O \in AC$ cu $OA = OC$ și M un punct oarecare pe segmentul AB. Dacă N este simetricul lui M față de O, demonstrați că $AMCN$ este paralelogram.

Soluție: Cum punctul N este .... punctului M față de punctul $O \Rightarrow O$ este .... segmentului MN. Dar O este și .... segmentului AC. Deci, patrulaterul ....

13. Construiți triunghiul ABC cu $AB = 2$ cm, $BC = 1$ cm și $AC = 2{,}5$ cm.

Soluţie: Se construieşte segmentul AC de lungime 2,5 cm. Se construiesc cercul cu centrul în A şi de rază 2 cm şi cercul cu centrul în C şi de rază 1 cm. Fie B unul dintre punctele de intersecție a celor două cercuri. Triunghiul determinat de punctele A, B şi C este triunghiul căutat. Într-adevăr, $AC = 2{,}5$ cm, $AB = 2$ cm (raza cercului cu centrul în A) şi $BC = 1$ cm (raza cercului cu centrul în C).

14. Construiți şi explicați cum se construieşte un paralelogram $MNPQ$, astfel încât $MN = 2$ cm, $NP = 1$ cm şi $MP = 2{,}5$ cm.

Soluţie: Se construieşte triunghiul MNP (ca în problema precedentă), adică ....

....

....

....

Fie O mijlocul segmentului MP şi fie Q simetricul punctului N față de punctul O. Cum O este mijlocul segmentelor .... şi ...., înseamnă că $MNPQ$ este ....

15. Explicați cum construiți un paralelogram $ABCD$, astfel încât $AC = 5$ cm, $BD = 4$ cm şi $\sphericalangle AOB = 55°$.

Soluţie: Se construieşte triunghiul AOB, unde $AO = \dfrac{AC}{2}$, $BO = \dfrac{BD}{2}$, adică $AO =$ .... cm, $BO =$ .... cm şi $\sphericalangle AOB = 55°$. Se consideră punctele C şi D .... A şi B față de punctul O. Cum diagonalele patrulaterului $ABCD$ au .... mijloc $\Rightarrow ABCD$ este ....

16. Perimetrul unui paralelogram este 28 cm, iar lungimea uneia dintre laturi este cu 2 cm mai mare decât lungimea celeilalte laturi. Calculați lungimile laturilor paralelogramului.

Soluţie: Fie a şi b lungimile a două laturi consecutive ale paralelogramului. Latura opusă laturii de lungime a are lungimea ...., iar latura opusă celei de lungime b are lungimea .... Perimetrul paralelogramului este ...., adică $2a + 2b = 28 \Rightarrow a + b =$ .... Cum $b = a + 2 \Rightarrow a + (a + 2) = 14 \Rightarrow$ .... Deci, laturile paralelogramului sunt de .... cm şi, respectiv, ... cm.

17. În figura alăturată, $ABCD$ este un paralelogram şi M, N, P, Q sunt mijloacele segmentelor OA, OB, OC, OD. Demonstrați că $MNPQ$ este paralelogram şi reformulați enunțul problemei scriind ipoteza şi concluzia.

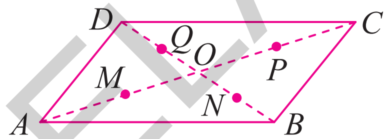

Fig. 10

Ipoteză: AB .... CD; BC .... AD; $M, P \in$ ....; AM .... MO, OP .... CP; $N, Q \in$ ....; BN .... NO, OQ .... QD.

Concluzie: ....

Demonstraţie: Cum $ABCD$ este paralelogram $\Rightarrow AO = CO$ şi $BO = DO$. Dar M, P, respectiv N, Q sunt mijloacele segmentelor ...., ..., respectiv ...., ... $\Rightarrow MO = \dfrac{AO}{2} = \dfrac{CO}{2} = OP$ şi $NO = \dfrac{\ldots\ldots}{2} = \dfrac{\ldots\ldots}{2} = QO \Rightarrow MNPQ$ este ...., deoarece diagonalele lui ....

18. Fie $ABCD$ un paralelogram şi punctele $E, F \in AC$, astfel încât $AD \equiv AE$ şi $BC \equiv CF$.

a) Reformulați enunțul problemei scriind ipoteza şi concluzia.

b) Demonstrați că $BFDE$ este paralelogram.

Soluţie:

a) **Ipoteză:** AB .... CD; BC .... AD; $E, F \in AC$.

....

Concluzie: ....

....

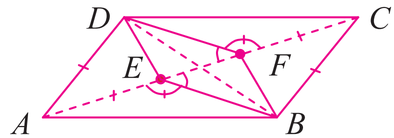

Fig. 11

b) **Demonstraţie:** Se compară ΔABE cu ΔCDF; $AB \equiv$ ...... (din ....); $AE \equiv$ ...... ($AE = AD = BC = CF$); $\sphericalangle BAE \equiv$ .... (alterne interne) $\overset{\text{(L.U.L.)}}{\Rightarrow}$ Δ...... $\equiv \Delta$...... $\Rightarrow BE \equiv DF$ (1) şi $\sphericalangle AEB \equiv \sphericalangle CFD$ (2). Din (2) $\Rightarrow \sphericalangle BEF \equiv$ .... (au suplemente congruente). Dar $\sphericalangle BEF$ şi $\sphericalangle DFE$ sunt unghiuri .... pentru dreptele BE şi DF cu secanta $EF \Rightarrow BE \parallel DF$ şi conform (1) $\Rightarrow BFDE$ este paralelogram pentru că are două laturi opuse .... şi ....

GEOMETRIE

CAPITOLUL I. PATRULATERUL

1. Se realizează desenele. **2.** se intersectează. **3.** Se realizează desenele. **4.** $180°$ (1); $\sphericalangle CAD + \sphericalangle ADC + \sphericalangle DCA = 180°$ (2). Din (1) și (2) $\Rightarrow \sphericalangle BAC + \sphericalangle CAD + \sphericalangle ADC + \sphericalangle DCA + \sphericalangle ACB + \sphericalangle CBA = 360° \Rightarrow \sphericalangle BAD + \sphericalangle ADC + \sphericalangle DCB + \sphericalangle CBA = 360°$. **5.** a) $360°$; măsura celui de al patrulea unghi ar fi $360° - 170° = 190°$, ceea ce este absurd, deoarece $0° \leq x° \leq 180°$. Deci, nu există; b) $360° - 180° = 180° \Rightarrow \sphericalangle D = 180° - \sphericalangle B$ și, cum $\sphericalangle B < 90° \Rightarrow 180° - \sphericalangle B > 90°$, adică $\sphericalangle D$ este obtuz. **6.** $\frac{360°}{15} = 24° \Rightarrow \sphericalangle A = 2 \cdot 24° = 48°$, $\sphericalangle B = 3 \cdot 24° = 72°$, $\sphericalangle C = 4 \cdot 24° = 96°$; $\sphericalangle D = 6 \cdot 24° = 144°$; $48°, 72°, 96°, 144°$. **7.** $ABCD$ este paralelogram, deoarece $AB \parallel CD$ și $AD \parallel BC$. $MNPQ$ este trapez, deoarece $MN \parallel PQ$ și $MQ \nparallel PN$. **8.** a) opuse sunt congruente, adică $AB \equiv CD$ și $BC \equiv AD$; b) unghiurile opuse sunt congruente, adică $\sphericalangle A \equiv \sphericalangle C$ și $\sphericalangle B \equiv \sphericalangle D$; c) unghiurile alăturate sunt suplementare, adică $\sphericalangle A + \sphericalangle B = 180°$; d) diagonalele se înjumătățesc, adică $AO \equiv CO$ și $BO \equiv DO$; e) centrul acestuia, adică $AC \cap BD = \{O\} \Rightarrow O$ este centrul de simetrie al paralelogramului. **9.** congruente $\Rightarrow \sphericalangle C = \sphericalangle A = 60°$; suplementare, adică $\sphericalangle A + \sphericalangle B = 180° \Rightarrow \sphericalangle B = 180° - 60° = 120°$. Cum $\sphericalangle D \equiv \sphericalangle B \Rightarrow \sphericalangle D = 120°$. Într-un paralelogram, diagonalele se înjumătățesc $\Rightarrow BO \equiv DO \Rightarrow DO = BO = 1$ cm și $BD = 2$ cm. **10.** simetricul; O este mijlocul lui BD. Dar O este și mijlocul segmentului AC. Cum diagonalele patrulaterului $ABCD$ au același mijloc $\Rightarrow ABCD$ este paralelogram. **11.** corespondente congruente $\Rightarrow AD$ și BC sunt paralele; alterne interne congruente $\Rightarrow AB$ și CD sunt paralele; paralele. **12.** Se realizează desenul; simetricul; mijlocul segmentului MN. Dar O este și mijlocul segmentului AC. Deci, $AMCN$ este paralelogram, deoarece diagonalele se înjumătățesc. **13.** Se face construcția. **14.** Se desenează segmentul $MP = 2{,}5$ cm. Se construiește un cerc cu centrul în M și raza de 2 cm și apoi un cerc cu centrul în P și raza de 1 cm. Unul dintre punctele de intersecție a celor două cercuri se notează cu N; MP și NQ; paralelogram. **15.** Vezi indicația pentru a face construcția. $AO = 2{,}5$ cm; $BO = 2$ cm; simetricele punctelor A și B față de punctul O; au același mijloc $\Rightarrow ABCD$ este paralelogram. **16.** Vezi indicația; a, respectiv b; $\mathscr{P} = 2 \cdot (a + b) = 28$ cm; $a + b = 14 \Rightarrow 2a + 2 = 14 \Rightarrow a = 6$ cm și $b = 6 + 2 = 8$ cm. **17.** $AB \parallel CD$; $BC \parallel AD$; AC; $\equiv$; $\equiv$; BD; $\equiv$; $\equiv$; $MNPQ$ – paralelogram. ***Demonstrație:*** AO, CO, respectiv BO, DO; $NO = \frac{BO}{2} = \frac{DO}{2} = QO \Rightarrow MNPQ$ este paralelogram; se înjumătățesc. **18.** a) $AB \parallel CD$, $BC \parallel AD$, $AE = AD$, $CF = CB$. ***Concluzie:*** $EBFD$ – paralelogram; b) ***Demonstrație:*** $AB \equiv CD$ (ipoteză), $AE = CF$, $\sphericalangle BAE \equiv \sphericalangle DCF \Rightarrow \Delta ABE \equiv \Delta CDF \Rightarrow \sphericalangle BEF \equiv \sphericalangle DFE$; alterne interne; paralele și congruente. **19.** a) Se realizează figura; b) $AB \parallel CD$; $AB \equiv CD$; d) $AECF$ – paralelogram; laturi opuse în paralelogram; $FA \parallel CE$ cu secanta FE; paralele. **20.** a) segmentul determinat de mijloacele a două laturi ale triunghiului; b) paralelă cu cea de-a treia latură și are lungimea egală cu jumătate din lungimea acesteia; c) Se construiește un triunghi ABC și se fixează mijloacele laturilor. Se calculează $MP = \frac{a}{2}$, $MN = \frac{b}{2}$ și $PN = \frac{c}{2}$. **21.** a) mijlocul laturii opuse; b) concurente; centru de greutate al triunghiului; c) la 2/3 de vârf și 1/3 de bază; d) echivalente. **22.** Se realizează figura. a) $AG = (12 : 3) \cdot 2 = 8$ (cm); b) $GN = 10 : 2 = 5$ (cm); $CP = 3 \cdot GP = 3 \cdot 3 = 9$ (cm); d) $GM = AG : 2 = 6 : 2 = 3$ (cm). **23.** linie mijlocie $\Rightarrow M_1M_4 \parallel BD$ și $M_1M_4 = \frac{BD}{2}$ (1); linie mijlocie $\Rightarrow M_2M_3 \parallel BD$ și $M_2M_3 = \frac{BD}{2}$ (2). Din (1) și (2) $\Rightarrow M_1M_4 \parallel M_2M_3$ și $M_1M_4 = M_2M_3 \Rightarrow M_1M_2M_3M_4$ este paralelogram. **24.** mijlocul; linie mijlocie. **25.** a) $MN \parallel BC$; NQ este linie mijlocie în $\Delta ACP \Rightarrow AQ \equiv QP$; b) linie mijlocie în $\Delta ABP \Rightarrow MQ = \frac{BP}{2} = \frac{CP}{2} \overset{(2)}{=} NQ$. **26.** a) paralelogramul cu un unghi drept; b) paralelogramul cu diagonalele congruente. **27.** a) $AB \parallel CD$ și $BC \parallel AD$; b) congruente, $AB \equiv CD$ și $BC \equiv AD$; c) $90°$; $\sphericalangle A = \sphericalangle B = \sphericalangle C = \sphericalangle D = 90°$;

Cuprins

ALGEBRĂ