

Anton Negrilă

Maria Negrilă

MATEMATICĂ

TEME RECAPITULATIVE

CLASA A V-A

EDIȚIA A II-A, REVIZUITĂ

Editura Paralela 45

Acest auxiliar didactic este aprobat pentru utilizarea în unitățile de învățământ preuniversitar prin O.M.E. nr. 4642/18.08.2021.

Lucrarea este elaborată în conformitate cu Programa școlară în vigoare pentru clasa a V-a, aprobată prin O.M.E.N. nr. 3393/28.02.2017.

Redactare: Iuliana Ene
Tehnoredactare: Roxana Pietreanu
Pregătire de tipar: Marius Badea
Design copertă: Mirona Pintilie

Descrierea CIP a Bibliotecii Naționale a României
NEGRILĂ, ANTON

Matematică : teme recapitulative : clasa a V-a / Anton Negrilă,
Maria Negrilă. - Ed. a 2-a, reviz.. - Pitești : Paralela 45, 2021
ISBN 978-973-47-3460-3

I. Negrilă, Maria

51

Copyright © Editura Paralela 45, 2021

Prezenta lucrare folosește denumiri ce constituie mărci înregistrate,
iar conținutul este protejat de legislația privind dreptul de proprietate intelectuală.
www.edituraparelela45.ro

1

NUMERE NATURALE

- I.1. Șirul numerelor naturale
- I.2. Operații cu numere naturale
- I.3. Teorema împărțirii cu rest
- I.4. Ridicarea la putere a unui număr natural
- I.5. Comparări de puteri
- I.6. Scrierea în baza 10. Scrierea în baza 2
- I.7. Ultima cifră a unui număr natural
- I.8. Pătrate perfecte

2

METODE ARITMETICE DE REZOLVARE A PROBLEMELOR

- II.1. Metoda reducerii la unitate
- II.2. Metoda comparației
- II.3. Metoda figurativă
- II.4. Metoda mersului invers
- II.5. Metoda falsei ipoteze

3

DIVIZIBILITATEA NUMERELOR NATURALE

4

FRAȚII ORDINARE

- IV.1. Frații ordinare
- IV.2. Frații subunitare, echiunitare, supraunitare
- IV.3. Frații echivalente
- IV.4. Amplificarea fracțiilor. Simplificarea fracțiilor. Frații ireductibile
- IV.5. Compararea fracțiilor
- IV.6. Operații cu fracții ordinare
- IV.7. Frații/procente dintr-un număr natural sau dintr-o fracție ordinară

5

FRAȚII ZECIMALE

- V.1. Scrierea fracțiilor ordinare cu numitori puteri ale lui 10 sub formă de fracții zecimale. Transformarea unei fracții zecimale cu un număr finit de zecimale nenule în fracție ordinară
- V.2. Adunarea și scăderea fracțiilor zecimale
- V.3. Înmulțirea și împărțirea fracțiilor zecimale
- V.4. Ordinea efectuării operațiilor cu fracții zecimale
- V.5. Probleme care se rezolvă folosind metode aritmetice
- V.6. Probleme de organizare a datelor. Frecvență. Grafice cu bare. Grafice cu linii. Media unui set de date statistice

I.1. ȘIRUL NUMERELOR NATURALE

1. Aflați numerele de trei cifre scrise cu ajutorul cifrelor 1 și 7.
2. Determinați valorile numărului natural n , unde $n = \overline{13a} + \overline{a15} + \overline{3a5}$, cu a cifră pară și $a \leq 4$.
3. Aflați numerele de forma $\overline{9a3b6}$ care au suma cifrelor egală cu 21 și sunt formate cu cifre distincte.
4. Determinați toate numerele de trei cifre care se pot scrie cu cifrele 2, 3 și 5.
5. Aflați numerele de forma $\overline{3a5bc7d}$, știind că citind de la dreapta la stânga se obține același număr.
6. Aflați toate numerele $\overline{abc}$, știind că a , b și c sunt cifre consecutive, iar c este cifră pară.
7. Scrieți toate numerele de trei cifre care au suma cifrelor egală cu 4.
8. Scrieți toate numerele naturale de trei cifre care au suma cifrelor egală cu 24.
9. Aflați numerele naturale $\overline{abc}$, știind că $a + b = 8$ și $c = 3b$.
10. Determinați numerele naturale $\overline{abc}$, știind că $a + b + c = 12$ și $c = 2b$.
11. Scrieți toate numerele naturale cuprinse între 100 și 1000, pentru a căror scriere se folosesc numai cifrele 2 și 5.
12. Calculați suma tuturor numerelor naturale de forma $\overline{35ab}$, astfel încât suma cifrelor unui număr de această formă să fie egală cu 15.
13. Calculați suma tuturor numerelor pare de forma $\overline{ab}$, cu $a < b$.
14. Calculați suma tuturor numerelor naturale de două cifre, care sunt scrise cu cifre identice.
15. Aflați cinci numere consecutive a căror sumă este egală cu 495.
16. Determinați cel mai mare număr de forma $\overline{67xyz9}$ format cu cifre distincte.
17. Câte numere de trei cifre au cifra zecilor egală cu 5?
18. Câte numere de patru cifre au cifra sutelor egală cu 5?
19. Câte numere naturale de patru cifre au cifra sutelor și cifra zecilor egale cu 5?
20. Câte numere naturale de patru cifre au cifra miilor și cifra zecilor egale cu 5?
21. Stabiliți câte numere naturale de forma $\overline{abcd}$ cu cifre distincte există, astfel încât $a + d = b + c = 6$.
22. Câte numere naturale cuprinse între 100 și 359 au cifra zecilor și cifra unităților consecutive?
23. Calculați suma numerelor naturale impare cuprinse între 100 și 146.
24. Câte numere de patru cifre au cifra sutelor egală cu 1 și cifra zecilor egală cu 3?

25. O carte are 157 de pagini cu text. Câte cifre sunt necesare pentru a scrie numerele paginilor cărții?
26. O carte are 248 de pagini.
- Câte cifre se folosesc la numerotarea paginilor cărții?
 - De câte ori se folosește cifra 9 în numerotarea paginilor cărții?
27. Pentru numerotarea paginilor unei cărți s-au folosit 276 de cifre. Câte pagini are cartea?
28. Pentru numerotarea paginilor unei cărți s-au folosit 390 de cifre. Câte pagini are cartea?
29. Într-un șir de 87 de numere naturale consecutive, numărul de la mijloc este 200. Aflați primul și ultimul număr din șir și calculați suma numerelor din șir.
30. O carte a fost deschisă la mijloc și s-a constatat că suma numerelor de pe cele două pagini este 135.
- Câte pagini are cartea?
 - Câte cifre se folosesc pentru numerotarea paginilor cărții?
 - De câte ori se folosește cifra 2 în numerotarea paginilor cărții?
31. Câte numere sunt de la 33 la 99? Câte numere sunt de la 100 la 999? Câte numere sunt de la 1000 la 3333? Pe baza rezultatelor găsite, aflați câte cifre sunt necesare pentru scrierea numerelor de la 33 la 3333.
32. Se consideră numărul 4537. Calculați cu cât crește acest număr dacă i se adaugă un zero:
- între cifrele 5 și 3;
 - între cifrele 4 și 5;
 - după cifra 7;
 - între cifrele 3 și 7.
33. Se știe că $a + c = 5$ și $b + d = 4$.
- Aflați cel mai mic număr de forma $\overline{abcd}$.
 - Aflați cel mai mare număr de forma $\overline{abcd}$.
34. Știind că $a + c = 6$ și $b + d = 5$, aflați:
- cel mai mic număr natural de forma $\overline{abcd}$;
 - cel mai mare număr natural de forma $\overline{abcd}$.
35. Câte numere de forma $\overline{abc}$ există, care să îndeplinească condițiile $a + b = c$ și $c \leq 5$?
36. Câte numere de forma $\overline{abcd}$ există, care să îndeplinească condițiile $a + b + c = d$ și $d \leq 4$?
37. Determinați numerele naturale $\overline{ab}$, pentru care $\overline{ab} = 8(a + b)$.
38.
 - Determinați numerele naturale $\overline{ab}$, pentru care $\overline{ab} = 2(4a + b)$.
 - Determinați numerele naturale $\overline{ab}$, pentru care $\overline{ab} = 3(3a + b)$.
 - Calculați suma tuturor numerelor de forma $\overline{ab}$, știind că $\overline{ab} = 3(2a + b)$.
39. Calculați suma tuturor numerelor de forma $\overline{ab}$, pentru care 5 se împarte exact la $(a + b)$.

40. Câte cifre se folosesc pentru scrierea șirului numerelor pare de la 20 la 242?
41. a) Determinați numerele naturale de două cifre care se micșorează cu 45 dacă se schimbă ordinea cifrelor.
b) Determinați numerele naturale de două cifre care se măresc cu 36 dacă se schimbă ordinea cifrelor.
42. Se consideră șirul de numere naturale consecutive: 67, 68, 69, ..., a , b , ..., 1999, 2000, unde a este ultimul număr din prima jumătate, iar b este primul număr din a doua jumătate.
- a) Câte numere sunt în total?
b) Câte cifre se folosesc pentru scrierea tuturor numerelor din șir?
c) Aflați numerele a și b .
d) Al câtelea termen din șir este numărul a ?
e) Calculați suma tuturor numerelor din șir.
43. Câte cifre se folosesc pentru scrierea șirului numerelor pare de la 42 la 368?
44. Știind că $x + 2 = y$, așezați crescător numerele: $x + 3$, $x - 5$, $x + 11$, $y - 1$, $y - 8$, $y + 20$, $y + 5$.
45. Determinați numerele naturale de forma $\overline{abc}$, care sunt egale cu suma tuturor numerelor naturale de două cifre distincte ce se pot forma cu cifrele sale.
46. Calculați suma tuturor numerelor de forma $\overline{abc}$ care au proprietatea: $4 \cdot \overline{bc} = 7 \cdot \overline{cb}$.
47. Fie șirul de numere naturale 4, 9, 14, 19,
a) Completați șirul cu încă patru termeni.
b) Determinați al 42-lea termen al șirului.
c) Determinați al câtelea termen din șir este 1424.
48. Fie șirul de numere naturale: 2, 10, 18, 26,
a) Scrieți următorii patru termeni ai șirului.
b) Care este al 2012-lea termen din șir?
c) Al câtelea termen din șir este 2018?
49. Fie șirul de numere naturale: 4, 10, 16, 22, 28,
a) Determinați al 75-lea termen al șirului.
b) Care este al 2018-lea termen al șirului?
c) Determinați al câtelea termen din șir este numărul 3154.
50. Fie șirul de numere naturale $a_1, a_2, a_3, \dots$, unde $a_n = 5n - 2$, cu $n \in \mathbb{N}^*$.
a) Scrieți primii șase termeni ai șirului.
b) Scrieți termenii de pe pozițiile: 18, 1019, 2012.
c) Verificați dacă 98, 283, 2013 și 4038 sunt termeni ai șirului al cărui termen general este reprezentat mai sus.
51. Determinați câți termeni are fiecare dintre șirurile de mai jos:
a) 17, 18, 19, 20, ..., 121;
b) 29, 30, 31, 32, ..., 2012;

- c) $a + 1, a + 2, a + 3, \dots, a + 225, a \in \mathbb{N}$;
- d) $a, a + 1, a + 2, a + 3, \dots, a + 285$;
- e) $m, m + 1, m + 2, m + 3, \dots, n$, unde $n > m + 1, m, n \in \mathbb{N}$;
- f) $a + b, a + b + 1, a + b + 2, \dots, a + b + 2012$, unde $a, b \in \mathbb{N}^*$.

52. Se consideră șirul: 21, 33, 45, 57,

- a) Scrieți încă patru termeni ai șirului.
- b) Numărul 1197 este termen al șirului? Ce loc ocupă acest termen în șir?

53. Se consideră șirul: 54, 61, 68, 75,

- a) Aflați termenul de pe locul 126.
- b) Numărul 2469 este termen al șirului? Ce loc ocupă acest termen în șir?
- c) Calculați suma: $S = 54 + 61 + 68 + \dots + 2469$.
- d) Dacă se notează cu $S_k, k \in \mathbb{N}^*$, suma termenilor șirului până la termenul situat pe locul k în șir, inclusiv acesta, calculați S_{136} .

I.2. OPERAȚII CU NUMERE NATURALE

1. a) Dacă $2a + 3b + 35 = 48$, calculați $2a + 3b + 39$.
 b) Dacă $3a + 2b + 17 = 36$, calculați $6a + 4b + 47$.
 c) Dacă $2a + 5b + 23 = 51$, calculați $6a + 15b + 62$.
 d) Dacă $3a + 4b + 2c = 32$, calculați $8b + 53 + 4c + 6a$.
2. Știind că $a + b = 92, a + b + c = 204$ și $c + a = 148$, determinați numerele a, b și c .
3. a) Știind că $x + y = 64$ și $x + 2y = 85$, calculați numerele naturale x și y .
 b) Dacă $a - b = 7$ și $2a - b = 29$, determinați numerele a și b .
 c) Determinați numerele naturale a, b, c , știind că $a + b = 30, b + c = 40$ și $a + c = 38$.
4. Determinați valorile cifrelor x și y , astfel încât suma $\overline{x3y2} + \overline{3x2y} + \overline{32yx}$ să fie un număr natural de patru cifre, cel mai mare posibil.
5. a) Dacă $b = 6$ și $a + c = 15$, calculați cea mai mică valoare a numărului $6ab + 5bc$.
 b) Calculați cea mai mică valoare a numărului $n = 7ab + 6ac$, știind că $a = 5$ și $b + c = 12$.
 c) Calculați cea mai mică valoare a numărului $n = 8ab + 5ac$, știind că $a = 4$ și $b + c = 8$, unde $b, c \in \mathbb{N}^*$.
6. Suma a șase numere naturale consecutive este egală cu 28. Aflați produsul numerelor.
7. Suma a șapte numere naturale este egală cu 1015. Aflați numerele.
8. Stabiliți valoarea de adevăr a propoziției $x < y$, în fiecare dintre cazurile:
 a) $x = 13 + 725 : (72 \cdot 15 - 5 \cdot 211)$ și $y = 15 + 648 : (975 : 25 - 3 \cdot 7)$;
 b) $x = 70 - 2 \cdot [16 \cdot 6 + 2 \cdot (16 \cdot 3 + 72 : 6) - 36] : 12$ și $y = 1325 - 10 \cdot [280 + 13 \cdot (108 - 96 : 6)] : 12$;
 c) $x = 900 - 3 \cdot \{2 + 11 \cdot [5 + 7 \cdot (423 - 12 \cdot 35)]\}$ și $y = 360 : \{8 + 2 \cdot [2 \cdot 9 + (124 - 12 \cdot 5) : 8]\} + 48$.

1. Fără a efectua calculele, arătați că:
 - a) $13 \mid a$, unde $a = 26 \cdot 542 - 65 \cdot 29$;
 - b) $37 \mid a$, unde $a = 74 \cdot 647 + 175 \cdot 111$;
 - c) $19 \mid a$, unde $a = 57 \cdot 333 + 95 \cdot 143$.
2. Fără a efectua calculele, arătați că:
 - a) $89 \mid x$, unde $x = 367 \cdot 67 + 367 \cdot 31 - 9 \cdot 367$;
 - b) $111 \mid x$, unde $x = 347 \cdot 53 + 347 \cdot 72 - 14 \cdot 125$;
 - c) $11^3 \mid x$, unde $x = 241 \cdot 65 + 241 \cdot 45 - 110 \cdot 120$.
3. Fără a efectua calculele, arătați că următoarele numere sunt divizibile cu 2:
 - a) $x = 15 \cdot 13 \cdot 17 \cdot 19 + 1$;
 - b) $x = 22 \cdot 24 \cdot 25 \cdot 28 + 6$;
 - c) $x = 13 \cdot 21 \cdot 99 \cdot 1989 - 2017$;
 - d) $x = 23 \cdot 25 \cdot 27 \cdot 29 \cdot 31 - 45 \cdot 47$.
4. Fără a efectua calculele, arătați că următoarele numere sunt divizibile cu 5:
 - a) $x = 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 - 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5$;
 - b) $x = 16 \cdot 26 \cdot 36 \cdot 46 - 11^2$;
 - c) $x = 19^4 + 99$;
 - d) $x = 204 \cdot 325 \cdot 51 - 12 \cdot 13 \cdot 14 \cdot 15$.
5. Arătați că:
 - a) $15 \mid x$, unde $x = 2^{37} + 2^{38} + 2^{39} + 2^{40}$;
 - b) $30 \mid x$, unde $x = 2^{13} + 2^{14} + 2^{15} + \dots + 2^{20}$;
 - c) $10 \mid a$, unde $a = 2^{16} + 2^{17} + 2^{18} + 2^{19} + 3^{11} + 3^{12} + 3^{13} + 3^{14}$;
 - d) $10 \mid a$, unde $a = 7^{53} + 7^{54} + 7^{55} + 7^{56} - (3^{27} + 3^{28} + 3^{29} + 3^{30})$.
6. Arătați că:
 - a) $7 \mid x$, unde $x = 2 + 2^2 + 2^3 + \dots + 2^{108}$;
 - b) $13 \mid x$, unde $x = 3 + 3^2 + 3^3 + \dots + 3^{144}$;
 - c) $31 \mid x$, unde $x = 2 + 2^2 + 2^3 + \dots + 2^{105}$;
 - d) $15 \mid x$, unde $x = 2 + 2^2 + 2^3 + \dots + 2^{72}$.
7. Arătați că:
 - a) $100 \mid a$, unde $a = 7^n + 7^{n+1} + 7^{n+2} + 7^{n+3}$;
 - b) $17 \mid a$, unde $a = 2^{n+5} + 2^{n+7} + 2^{n+9} + 2^{n+11}$;
 - c) $121 \mid a$, unde $a = 3^n + 3^{n+1} + 3^{n+2} + 3^{n+3} + 3^{n+4}$;
 - d) $61 \mid a$, unde $a = 11^{2n} + 11^{2n+1} + 11^{2n+2} + 11^{2n+3}$.
8. Arătați că:
 - a) $17 \mid a$, unde $a = 3 \cdot 2^{n+3} + 2^{n+2} - 5 \cdot 2^{n+1} - 2^n$;
 - b) $19 \mid a$, unde $a = 2^n + 3 \cdot 2^{n+1} + 5 \cdot 2^{n+2} - 2^{n+3}$;
 - c) $31 \mid a$, unde $a = 3^n + 4 \cdot 3^{n+1} + 5 \cdot 3^{n+2} - 3^{n+3}$;
 - d) $11 \mid a$, unde $a = 5^{n+3} + 5^{n+2} - 2 \cdot 5^{n+1} - 8 \cdot 5^n$;
 - e) $13 \mid a$, unde $a = 3^{n+5} - 2 \cdot 3^{n+4} + 4 \cdot 3^{n+2}$.
9. Arătați că:
 - a) $19 \mid a$, unde $a = 3^n \cdot 5^{n+2} + 3^{n+2} \cdot 5^n - 3^{n+1} \cdot 5^{n+1}$;
 - b) $39 \mid a$, unde $a = 5^n \cdot 7^{n+2} + 5^{n+2} \cdot 7^n - 5^{n+1} \cdot 7^{n+1}$;
 - c) $13 \mid a$, unde $a = 3^{n+3} \cdot 2^{2n} + 3^{n+1} \cdot 2^{2n+4} - 3^{n+2} \cdot 2^{2n+2}$;
 - d) $13 \mid a$, unde $a = 5^n \cdot 4^{n+3} + 5^{n+1} \cdot 4^{n+2} + 5^{n+1} \cdot 4^n - 5^{n+2} \cdot 4^{n+1}$;
 - e) $29 \mid a$, unde $a = 2^{3n+1} \cdot 5^{n+3} + 8^{n+2} \cdot 5^{n+2} - 2^{3n+2} \cdot 5^{n+1} \cdot 7^2$.
10. Arătați că $2 \mid a$, unde:
 - a) $a = 5^{143} + 6^{252} + 3^{72} + 2^{99}$;
 - b) $a = 7^{180} + 1^{199} + 4^{200} + 8^{201}$;
 - c) $a = 2^{302} + 7^{332} + 9^{42} + 4^{52}$.
11. Arătați că $10 \mid a$, unde:
 - a) $a = 48^{32} - 32^{48}$;
 - b) $a = 23^{27} + 27^{23}$;
 - c) $a = 33^{77} + 77^{33}$;
 - d) $a = 56^{28} - 28^{56}$.

12. Arătați că $3 \mid a$, pentru oricare $n \in \mathbb{N}$:
 a) $a = 53 \cdot 10^n - 2$; b) $a = 31 \cdot 10^n - 25$; c) $a = 10^{n+4} + 10^{n+2} - 41$; d) $a = 153 \cdot 10^n - 39$.
13. Arătați că $9 \mid a$, pentru oricare $n \in \mathbb{N}$:
 a) $a = 28 \cdot 10^n - 1$; b) $a = 71 \cdot 10^n - 35$; c) $a = 55 \cdot 10^n - 91$; d) $a = 105 \cdot 10^n - 96$.
14. Arătați că numărul a este divizibil și cu 3, și cu 2, unde $a = 17 \cdot 10^n - 2$.
15. Arătați că numărul a este divizibil și cu 9, și cu 2, unde $a = 38 \cdot 10^n - 2$.
16. Arătați că numărul a este divizibil și cu 9, și cu 5, unde $a = 10^{n+1} + 35$.
17. Arătați că numărul a este divizibil și cu 3, și cu 5, unde $a = 10^{n+3} + 35$.
18. Scrieți toate numerele naturale divizibile cu 2, de forma:
 a) $\overline{45a}$; b) $\overline{7a6}$; c) $\overline{5aa}$; d) $\overline{a24}$; e) $\overline{a36a}$.
19. Determinați cifra a pentru care numerele următoare sunt divizibile cu 5.
 a) $\overline{68a}$; b) $\overline{9a0}$; c) $\overline{317a}$; d) $\overline{a85}$; e) $\overline{a28a}$.
20. Scrieți toate numerele naturale divizibile cu 3, de forma:
 a) $\overline{6a3}$; b) $\overline{95a}$; c) $\overline{3a2a}$; d) $\overline{a960}$; e) $\overline{a30}$.
21. Determinați cifra x , pentru care următoarele relații sunt adevărate:
 a) $2 \mid \overline{9x}$; b) $3 \mid \overline{42x}$; c) $5 \mid \overline{73x}$; d) $9 \mid \overline{15x3}$;
 e) $5 \mid \overline{47x}$; f) $4 \mid \overline{68x}$; g) $4 \mid \overline{84x6}$; h) $9 \mid \overline{54x}$.
22. Determinați cifra x , pentru care următoarele relații sunt adevărate:
 a) $5 \mid \overline{8xx}$; b) $9 \mid \overline{6x5x}$; c) $4 \mid \overline{x36x}$; d) $9 \mid \overline{4x2x}$;
 e) $3 \mid \overline{2x7x}$; f) $9 \mid \overline{3x6x}$; g) $4 \mid \overline{x58x}$; h) $9 \mid \overline{1x7x}$.
23. Determinați valorile pe care le poate lua cifra x , astfel încât:
 a) $2 \mid \overline{57x}$; b) $3 \mid \overline{x25x}$; c) $2 \mid \overline{x31x}$; d) $9 \mid \overline{4x2x}$;
 e) $9 \mid \overline{1x8}$; f) $5 \mid \overline{x72x}$; g) $5 \mid \overline{312x}$; h) $3 \mid \overline{4x3x}$.
24. Determinați valorile pe care le pot lua cifrele a și b , dacă:
 a) $3 \mid \overline{2a7b}$, unde $b = a + 1$; b) $3 \mid \overline{3a8b}$, unde $b = a + 2$;
 c) $9 \mid \overline{4a7b}$, unde $b = a - 2$; d) $9 \mid \overline{5ab1}$, unde $b = a + 3$;
 e) $2 \mid \overline{a35b}$, unde $a = b - 2$; f) $2 \mid \overline{a47b}$, unde $a = b + 3$.
25. Determinați valorile pe care le pot lua cifrele a și b , dacă:
 a) $5 \mid \overline{a29b}$, unde $a = b + 4$; b) $3 \mid \overline{a1b3}$, unde $b = a + 2$;
 c) $9 \mid \overline{2ab1}$, unde $b = a + 6$; d) $2 \mid \overline{7a3b}$, unde $a = b + 4$.
26. Determinați valorile pe care le poate lua cifra a , pentru care următoarele relații sunt adevărate:
 a) $3 \mid \overline{5a6a2}$; b) $3 \mid \overline{7aa85}$; c) $9 \mid \overline{1a35a}$;
 d) $9 \mid \overline{2a5a3}$; e) $4 \mid \overline{7a4a}$; f) $4 \mid \overline{a358a}$.

27. Determinați valorile cifrei x , știind că:
- a) $2 \mid \overline{1x3x}$; b) $2 \mid \overline{x2x}$; c) $2 \mid \overline{73x}$ și $5 \mid \overline{73x}$;
d) $3 \mid \overline{25x}$; e) $3 \mid \overline{1x3x}$; f) $3 \mid \overline{2x3x}$ și $5 \mid \overline{2x3x}$.
28. Determinați numărul de forma $\overline{x25x}$ în următoarele condiții:
- a) $2 \mid \overline{x25x}$; b) $5 \mid \overline{x25x}$; c) $3 \mid \overline{x25x}$; d) $9 \mid \overline{x25x}$.
29. Determinați numerele de forma $\overline{3xy}$ divizibile cu 5, știind că $x = y + 2$.
30. Determinați numerele de forma $\overline{x1yy}$ divizibile cu 5, știind că $x = y + 1$.
31. Determinați numerele de forma $\overline{xx1y}$ divizibile cu 2, știind că $x + y = 7$.
32. Determinați numerele de forma $\overline{x72y}$, știind că sunt divizibile cu 2, iar $x = 2y$.
33. Determinați numerele de forma $\overline{xyz}$ divizibile cu 2, știind că $y = 2z$, iar x împărțit la y dă câtul 1 și restul 3.
34. Determinați numerele de forma $\overline{abcd}$ divizibile cu 5, știind că a, b, c și d sunt numere consecutive în această ordine.
35. Determinați numerele naturale $\overline{abc}$ divizibile cu 5, știind că $b = c + 3$, iar a împărțit la b dă câtul 1 și restul 1.
36. Determinați cifra x , știind că:
- a) $3 \mid \overline{63xx1}$; b) $9 \mid \overline{324xx}$; c) $3 \mid \overline{x2x}$; d) $9 \mid \overline{1x1x}$.
37. Determinați numerele x și y , știind că:
- a) $3 \mid \overline{xyxy}$ și $5 \mid \overline{xyxy}$; b) $3 \mid \overline{xyxy}$ și $5 \mid \overline{xyxy}$; c) $3 \mid \overline{1xyy}$ și $5 \mid \overline{1xyy}$.
38. Determinați cifrele x și y , știind că:
- a) $2 \mid \overline{1xxy}$ și $3 \mid \overline{1xxy}$; b) $2 \mid \overline{2xyxy}$ și $3 \mid \overline{2xyxy}$; c) $2 \mid \overline{4xyy}$ și $3 \mid \overline{4xyy}$.
39. Determinați toate numerele de forma $\overline{xyzx}$, știind că $9 \mid \overline{xyzx}$ și $x = 2z$.
40. a) Determinați numerele de forma $\overline{2a5b}$ divizibile cu 9.
b) Determinați numerele de forma $\overline{3x1y}$ divizibile cu 9.
41. a) Determinați cifrele a și b , știind că $\overline{ab} = 3ab$.
b) Determinați numerele de forma $\overline{abbc}$, știind că $\overline{ab} = 2 \cdot \overline{bc}$.
c) Determinați cifrele a și b , știind că $\overline{ab} = 6ab$.
42. Considerăm numerele de forma $\overline{abc}$ scrise în baza 10, astfel încât $a + c$ să fie multiplu de 4. Arătați că $\overline{abc} + \overline{cba}$ este multiplu de 4.
43. a) Determinați numerele de forma $\overline{25xyz}$ divizibile cu 10 și care au suma cifrelor egală cu 12.
b) Determinați numerele de forma $\overline{95xy}$ divizibile cu 2 și care au suma cifrelor egală cu 21.
c) Determinați numerele de forma $\overline{38xy}$ divizibile cu 5 și care au suma cifrelor egală cu 17.

- 52.** Determinați numerele prime a , b și c , știind că:
- a) $a + 12b + 16c = 138$; b)
- c) $3a + 6b + 5c = 63$; d)
- 53.** Oricare ar fi numărul natural $n \in \mathbb{N}^*$, arătați că numerele $10^n + 1$ și $10^n - 1$ sunt compuse.
- 54.** Determinați cifra x , astfel încât $\overline{1x4}$ și $\overline{4x1}$ să aibă c.
- 55.** Dacă restul împărțirii numărului natural a la 36 este 12, atunci restul împărțirii lui a la 12 este:
- a) 12; b) 18;
- c) 24; d) 30;
- 56.** Arătați că următoarele numere sunt numere compuse:
- a) $x = 6^n + 2^{n+1} + 3^{n+1} + 6$; b)
- 57.** Verificați dacă numerele a și b sunt prime între ele, unde:
- a) $a = 3x + 7$, $b = 5x + 12$; b)
- c) $a = 3x + 4$, $b = 5x + 7$; d)
- e) $a = 3x + 7$, $b = 4x + 9$; f)
- 58.** Determinați valorile naturale ale lui x pentru care:
- a) $x + 1 \mid x + 7$; b)
- c) $2x + 1 \mid 4x + 23$; d)
- e) $2x + 1 \mid 7x + 23$; f)
- 59.** Determinați $x \in \mathbb{N}^*$ pentru care $a \mid b$, unde:
- a) $a = 2x + 3$, $b = 6x + 34$; b)
- c) $a = 2x + 3$, $b = 7x + 19$; d)

I.1. PUNCT, DREAPTĂ, SEGMENT DE DREAPTĂ. MIJLOCUL UNUI SEGMENT. SIMETRICUL UNUI PUNCT FAȚĂ DE UN PUNCT

1. Câte drepte se obțin unind punctele două câte două?

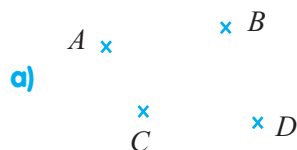


Fig. 1

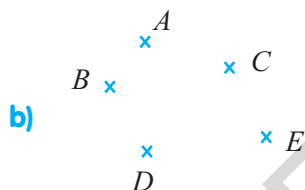


Fig. 2

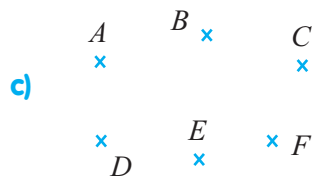


Fig. 3

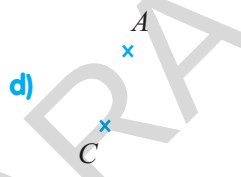


Fig. 4

2. Câte segmente pot fi determinate de punctele din figura următoare?

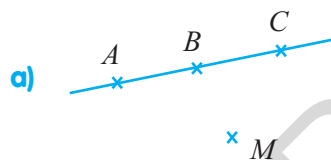


Fig. 5

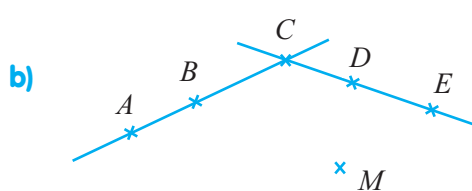


Fig. 6

3. Verificați dacă numărul segmentelor obținute unind două câte două punctele din figurile următoare se poate calcula după formula $\frac{n(n-1)}{2}$.

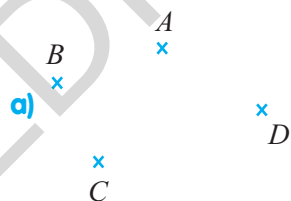


Fig. 7

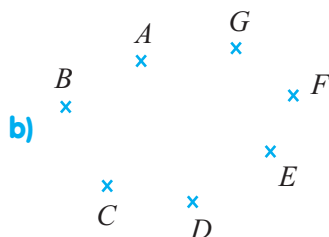


Fig. 8

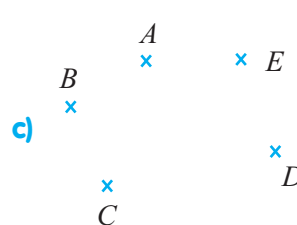


Fig. 9

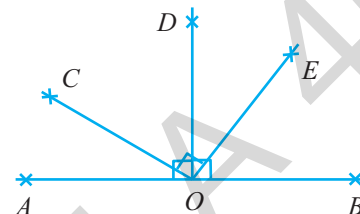
4. Pe o dreaptă se consideră punctele $A_1, A_2, A_3, \dots, A_{15}$, astfel încât $A_1A_2 = 1$ cm, $A_2A_3 = 2$ cm, $A_3A_4 = 3$ cm și așa mai departe. Ce lungime au segmentele $A_1A_5, A_5A_9, A_{14}A_{15}$ și A_1A_{15} ?
5. Pe o dreaptă se consideră punctele $A_1, A_2, A_3, \dots, A_{15}$, astfel încât $A_1A_2 = 2$ cm, $A_2A_3 = 4$ cm, $A_3A_4 = 8$ cm, $A_4A_5 = 16$ cm și așa mai departe. Calculați lungimile segmentelor $A_1A_5, A_1A_{10}, A_{14}A_{15}, A_1A_{15} + 2$ cm.
6. Pe dreapta d se consideră punctele $A_1, A_2, A_3, \dots, A_{15}$, astfel încât $A_1A_2 = 2$ cm, $A_2A_3 = 4$ cm, $A_3A_4 = 6$ cm, $A_4A_5 = 8$ cm și așa mai departe. Care sunt lungimile segmentelor $A_1A_5, A_6A_{10}, A_{14}A_{15}$ și A_1A_{15} ?
7. Segmentul AB are lungimea de 8 cm. Fie M un punct interior segmentului AB , astfel încât $AM = 3BM$.
- Calculați lungimile segmentelor AM și BM .
 - Dacă E este mijlocul segmentului AM și F este mijlocul lui BM , aflați lungimea segmentului EF .
8. Pe o dreaptă d se consideră punctele A_1 și A_2 , astfel încât $A_1A_2 = 1$ cm. A_3 este simetricul lui A_2 față de A_1 , A_4 este simetricul lui A_3 față de A_2 , iar A_5 este simetricul lui A_4 față de A_3 .
- Calculați lungimea segmentului A_1A_5 .
 - Dacă M este mijlocul segmentului A_3A_5 , arătați că A_3 este mijlocul segmentului MA_2 .
9. Pe o dreaptă d se consideră punctele A_1 și A_2 , astfel încât $A_1A_2 = 1$ cm. A_3 este simetricul lui A_1 față de A_2 , A_4 este simetricul lui A_1 față de A_3 , A_5 este simetricul lui A_1 față de A_4 , iar A_6 este simetricul lui A_4 față de A_1 .
- Calculați lungimile segmentelor A_1A_5 și A_5A_6 .
 - Arătați că A_3 este mijlocul segmentului A_5A_6 .
10. Punctele A și B sunt situate pe dreapta d , astfel încât $AB = 3$ cm. Punctul C este simetricul lui A față de B , iar D este simetricul lui B față de A .
- Arătați că $AD + AB = AB + BC$.
 - Dacă M este mijlocul segmentului AB , arătați că M este și mijlocul lui DC .
11. Fie o dreaptă d și punctele A, B, C, D pe această dreaptă, astfel încât $C \in (AB), A \in (DC), AB = 20$ cm, $BC = 8$ cm, iar lungimea segmentului AD este cu 4 cm mai mare decât un sfert din lungimea segmentului AC . Calculați lungimile segmentelor $[AC], [AD], [CD]$ și $[BD]$.
12. Fie punctele $A_1, A_2, A_3, \dots, A_{50}$ coliniare în această ordine, astfel încât $A_1A_2 = 1$ cm, $A_2A_3 = 2$ cm, $A_3A_4 = 3$ cm, ..., $A_{49}A_{50} = 49$ cm.
- Calculați lungimea segmentului A_1A_{40} .
 - Calculați lungimea segmentului $A_{15}A_{36}$.
13. Se consideră punctele coliniare A, B, C și D , astfel încât $AB = 6$ cm, $BC = 9$ cm și $CD = 13$ cm. Calculați lungimile segmentelor AC, AD și BD în toate situațiile posibile.

I.2. UNGHII: DEFINIȚIE, NOTAȚII, ELEMENTE. MĂSURA UNUI UNGHII. UNGHIIURI CONGRUENTE. OPERAȚII CU MĂSURI DE UNGHIIURI

1. Priviți figura 1 și precizați:

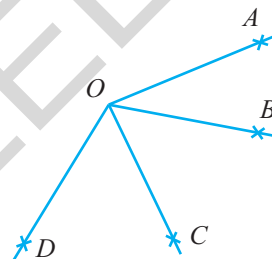
- a) toate unghiurile ascuțite;
- b) toate unghiurile drepte;
- c) toate unghiurile obtuze;
- d) unghiul alungit.

Fig. 1



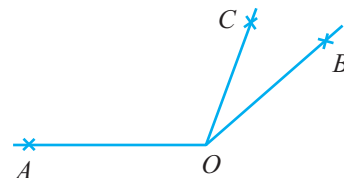
2. În figura 2, măsurile unghiurilor AOB , BOC și COD sunt de 30° , 50° și, respectiv, 70° . Calculați măsurile unghiurilor AOC , DOB și AOD .

Fig. 2



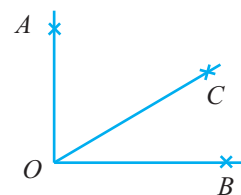
3. În figura 3, măsura unghiului AOB este de 150° , iar măsura unghiului BOC este egală cu o treime din măsura unghiului AOC . Aflați măsurile unghiurilor AOC și BOC .

Fig. 3



4. În figura 4, se știe că unghiul AOB este un unghi drept. Determinați măsurile unghiurilor AOC și BOC , știind că măsura unghiului BOC este jumătate din măsura unghiului AOC .

Fig. 4



5. Transformați în minute sexagesimale:

- a) 5° ;
- b) 24° ;
- c) $11^\circ 20'$;

d) $20^\circ 30'$.

6. Transformați în grade sexagesimale:

- a) $240'$;
- b) $1920'$;
- c) $3180'$;

d) $4200'$.

7. Efectuați calculele:

- a) $34^\circ 20' - 25^\circ$;
- b) $43^\circ 36' - 21^\circ 20'$;
- d) $90^\circ 36' 43'' - 45^\circ 16' 28''$;
- e) $69^\circ 53' - 42^\circ 38'$;

- c) $45^\circ 30' 29'' - 24^\circ 19' 10''$;
- f) $33^\circ 33' 33'' - 20^\circ 20' 20''$.

8. Efectuați calculele:

- a) $12^\circ 20' \cdot 4$;
- b) $25^\circ 15' \cdot 6$;
- d) $15^\circ 20' 30'' \cdot 3$;
- e) $24^\circ 30' 32'' \cdot 4$;

- c) $17^\circ 20' \cdot 8$;
- f) $40^\circ 50' 42'' \cdot 3$.

9. Efectuați calculele:

a) $120^\circ : 3;$

b) $90^\circ : 4;$

c) $110^\circ : 5;$

d) $102^\circ 20' : 4;$

e) $74^\circ 30' : 4;$

f) $82^\circ 30' : 5.$

10. Desenați un unghi AOB cu măsura de 60° . Desenați o semidreaptă $[OC$ exterioară unghiului AOB , astfel încât măsura unghiului BOC să fie egală cu 75% din măsura unghiului AOB .

11. Unghiul AOB este un unghi alungit, iar C este un punct exterior dreptei AB , astfel încât măsura unghiului AOC este de trei ori mai mare decât măsura unghiului BOC .

a) Calculați măsurile unghiurilor AOC și BOC .

b) Dacă M este un punct interior unghiului AOC , astfel încât $\sphericalangle AOM \equiv \sphericalangle MOC$, aflați măsura unghiului AOM .

I.3. UNITĂȚI DE MĂSURĂ PENTRU LUNGIME. PERIMETRUL

1. Transformați în metri:

a) 4,6 dam;

b) 63 dm;

c) 432 mm;

d) 3,25 hm;

e) 652,18 cm;

f) 1,842 km.

2. Transformați în decimetri:

a) 5,76 m;

b) 2013 mm;

c) 630 cm;

d) 2,504 dam;

e) 0,475 km;

f) 0,0216 hm.

3. Calculați perimetrul unui pătrat ce are latura egală cu:

a) 18 m;

b) 125 dm;

c) 420 mm;

d) 2,35 m;

e) 0,45 dam;

f) 0,0225 km.

4. Calculați perimetrul unui dreptunghi ce are dimensiunile egale cu:

a) $L = 25$ cm, $l = 12$ cm;

b) $L = 30$ dm, $l = 50$ cm;

c) $L = 12$ hm, $l = 25$ dam;

d) $L = 9,6$ dm, $l = 4,2$ dm;

e) $L = 19,2$ cm, $l = 72$ mm;

f) $L = 2,25$ km, $l = 16$ hm.

5. Calculați, efectuând transformările:

a) 12 hm + 210 m + 1250 dm = dam;

b) $0,02$ km + $0,05$ hm + 150 m = dam;

c) $0,005$ m + $0,07$ dm + $0,12$ cm = mm.

6. Puneți unul dintre semnele $<$, $>$, $\leq$ sau $\geq$ între următoarele lungimi:

a) 72 cm ... 4 dm;

b) 81 hm ... 1050 m;

c) $0,87$ dam ... 870 cm;

d) 1200 cm ... $0,095$ hm;

e) $0,43$ km ... 4500 dm;

f) 3107 mm ... $3,107$ m.

7. a) Perimetrul unui pătrat cu latura de $3,02$ cm este de dm.

b) Perimetrul unui romb cu latura de $5,25$ dm este de m.

c) Perimetrul unui triunghi cu toate laturile având lungimea de $12,41$ cm este de m.

CUPRINS

ALGEBRĂ 5

CAPITOLUL I. NUMERE NATURALE 7

I.1. Șirul numerelor naturale	7
I.2. Operații cu numere naturale	10
I.3. Teorema împărțirii cu rest	15
I.4. Ridicarea la putere a unui număr natural	18
I.5. Comparări de puteri.....	23
I.6. Scrierea în baza 10. Scrierea în baza 2	25
I.7. Ultima cifră a unui număr natural	27
I.8. Pătrate perfecte	28

CAPITOLUL II. METODE ARITMETICE DE REZOLVARE A PROBLEMELOR 32

II.1. Metoda reducerii la unitate	32
II.2. Metoda comparației	33
II.3. Metoda figurativă	34
II.4. Metoda mersului invers	37
II.5. Metoda falsei ipoteze	40

CAPITOLUL III. DIVIZIBILITATEA NUMERELOR NATURALE 41

CAPITOLUL IV. FRAȚII ORDINARE 46

IV.1. Frații ordinare	46
IV.2. Frații subunitare, echiunitare, supraunitare	47
IV.3. Frații echivalente	49
IV.4. Amplificarea fracțiilor. Simplificarea fracțiilor. Frații ireductibile	52
IV.5. Compararea fracțiilor	54
IV.6. Operații cu fracții ordinare	57
IV.7. Frații/procente dintr-un număr natural sau dintr-o fracție ordinară	60

CAPITOLUL V. FRAȚII ZECIMALE 63

V.1. Scrierea fracțiilor ordinare cu numitori puteri ale lui 10 sub formă de fracții zecimale.	
Transformarea unei fracții zecimale cu un număr finit de zecimale nenule în fracție ordinară	63
V.2. Adunarea și scăderea fracțiilor zecimale	65
V.3. Înmulțirea și împărțirea fracțiilor zecimale	66
V.4. Ordinea efectuării operațiilor cu fracții zecimale	68
V.5. Probleme care se rezolvă folosind metode aritmetice	71
V.6. Probleme de organizare a datelor. Frecvență. Grafice cu bare. Grafice cu linii.	
Media unui set de date statistice	75

GEOMETRIE 77

CAPITOLUL I. ELEMENTE DE GEOMETRIE ȘI UNITĂȚI DE MĂSURĂ 79

I.1. Punct, dreaptă, segment de dreaptă. Mijlocul unui segment. Simetricul unui punct față de un punct	79
I.2. Unghi: definiție, notații, elemente. Măsura unui unghi. Unghiuri congruente.	
Operații cu măsuri de unghiuri	81
I.3. Unități de măsură pentru lungime. Perimetrul	82
I.4. Unități de măsură pentru arie. Aplicații: aria pătratului, aria dreptunghiului	84
I.5. Unități de măsură pentru volum. Volumul cubului și al paralelipipedului dreptunghic	86

TESTE RECAPITULATIVE 88

Testul 1	88
Testul 2	88
Testul 3	89
Testul 4	89
Testul 5	90
Testul 6	90
Testul 7	91
Testul 8	91

INDICAȚII ȘI RĂSPUNSURI 93

NOTIȚELE ELEVULUI 110