Acest auxiliar didactic este aprobat pentru utilizarea în unitățile de învățământ preuniversitar prin O.M.E.N. nr. 3530/04.04.2018.
Lucrarea este elaborată în conformitate cu Programa școlară în vigoare pentru clasa a V-a, aprobată prin O.M.E.N. nr. 3393/28.02.2017.

Referință științifică: Lucrarea a fost definitivată prin contribuția și recomandările Comisiei științifice și metodice a publicațiilor Societății de Științe Matematice din România. Aceasta și-a dat avizul favorabil în ceea ce privește alcătuirea și conținutul matematic.

Redactare: Andreea Roșca
Tehnoredactare: Iuliana Ene, Adriana Vlădescu
Pregătire de tipar: Marius Badea
Design copertă: Mirona Pintilie

Descrierea CIP a Bibliotecii Naționale a României
ZAHARIA, DAN
Matematică : aritmetică, algebră, geometrie / Dan Zaharia, Maria Zaharia, Sorin Peligrad : clasa a V-a. - Ed. a 12-a, reviz.. - Pitești : Paralela 45, 2023-
2 vol.
ISBN 978-973-47-3881-6
Partea 1. - 2023. - ISBN 978-973-47-3882-3

I. Zaharia, Maria
II. Peligrad, Sorin

51

Tiparul executat la tipografia *Editurii Paralela 45*
E-mail: tipografie@edituraparalela45.ro

Dan ZAHARIA
Maria ZAHARIA
Sorin PELIGRAD

matematică
aritmetică
algebră
geometrie

clasa a V-a

partea I

ediția a XII-a

mate 2000 – consolidare

Recapitulare şi evaluare iniţială

PP Competențe generale și specifice vizate (conform programei clasei a IV-a)

2. Utilizarea numerelor în calcule

2.1. Recunoașterea numerelor naturale în concentrul 0 - 1 000 000 și a fracțiilor cu numitori mai mici sau egali cu 10, respectiv egali cu 100

2.2. Compararea numerelor naturale în concentrul 0 - 1 000 000, respectiv a fracțiilor care au același numărător sau același numitor, mai mic sau egal cu 10 sau numitor egal cu 100

2.3. Ordonarea numerelor naturale în concentrul 0 - 1 000 000 și respectiv a fracțiilor care au același numărător sau același numitor, mai mic sau egal cu 10 sau numitor egal cu 100

2.4. Efectuarea de adunări și scăderi de numere naturale în concentrul 0 - 1 000 000 sau cu numere fracționare

2.5. Efectuarea de înmulțiri de numere în concentrul 0 - 1 000 000 când factorii au cel mult trei cifre și de împărțiri la numere de o cifră sau două cifre

3. Explorarea caracteristicilor geometrice ale unor obiecte localizate în mediul apropiat

3.1. Explorarea caracteristicilor, relațiilor și a proprietăților figurilor și corpurilor geometrice identificate în diferite contexte

4. Utilizarea unor etaloane convenționale pentru măsurări și estimări

4.1. Utilizarea unor instrumente și unități de măsură standardizate, în situații concrete, inclusiv pentru validarea unor transformări

4.2. Operarea cu unități de măsură standardizate, folosind transformări

5. Rezolvarea de probleme în situații familiare

5.1. Utilizarea terminologiei specifice și a unor simboluri matematice în rezolvarea și/sau compunerea de probleme cu raționamente diverse

5.3. Rezolvarea de probleme cu operațiile aritmetice studiate, în concentrul 0 - 1 000 000

PP 1. Exerciţii şi probleme recapitulative

1. a) Scrieți cu cifre numerele:
– patru sute paisprezece mii nouăzeci;
– două sute de mii două sute cinci;
– optzeci și opt de mii șase;
– șapte sute trei mii douăzeci și trei.

b) Scrieți cu cifre numerele care au:
– 64 de sute și 5 unități;
– 900 de zeci și 7 unități;
– 500 de mii și 32 de unități;
– 8 unități și 51 de mii.

2. a) Care este cifra unităților și câte unități are numărul 20 347?
b) Care este cifra zecilor și câte zeci are numărul 20 347?
c) Care este cifra sutelor și câte sute are numărul 20 347?
d) Care este cifra miilor și câte mii are numărul 20 347?
e) Care este cifra zecilor de mii și câte zeci de mii are numărul 20 347?

3. Comparați perechile de numere și completați cu semnul corespunzător: mai mic, egal sau mai mare (<, =, >):

a) 3 477 $\square$ 4 477; b) 524 398 $\square$ 52 439;
c) 57 105 $\square$ 57 115; d) 23 045 $\square$ 2 345;
e) 753 824 $\square$ 753 829; f) 13 131 $\square$ 13 131.

4. Scrieți succesorul și predecesorul celui mai mare număr natural de două cifre distincte.

5. Scrieți cel mai mic număr natural de trei cifre:

a) distincte; b) identice;
c) consecutive; d) a căror sumă este 7.

6. Scrieți cel mai mare și cel mai mic număr de trei cifre distincte care se pot forma cu cifrele 4, 7 și 1.

7. Scrieți în ordine crescătoare toate numerele de două cifre distincte care se pot forma cu cifrele: 2, 5 și 0.

8. Scrieți în ordine descrescătoare toate numerele de două cifre care se pot forma cu cifrele: 2, 5 și 7.

9. Se dau numerele: 245 196; 69 329; 137 252.

a) Aproximați prin lipsă fiecare număr la: zeci; sute; mii.
b) Aproximați prin adaos fiecare număr la: zeci; sute; mii.
c) Rotunjiți fiecare număr la ordinul: zecilor; sutelor; miilor.

10. Calculați diferența dintre cel mai mare număr de trei cifre distincte și cel mai mic număr impar de trei cifre identice.

11. Suma a două numere pare consecutive este 206. Aflați numerele.

12. Suma a trei numere naturale consecutive este 219. Aflați numerele.

13. Calculați:

a) $300\,403 - (189\,734 + 53\,696)$; b) $(12\,863 + 15\,348) - 26\,375$;
c) $20\,523 - (17\,408 - 10\,639)$; d) $(21\,375 - 10\,143) - 507$.

14. Calculați produsul perechilor de numere: 274 și 6; 349 și 25; 539 și 46.

15. Calculați câtul și restul împărțirii lui 948 la 7, a lui 897 la 5 și a lui 562 la 6; verificați rezultatul efectuând proba.

16. Calculați folosind proprietățile înmulțirii:

$$8 \times (30 + 20);\quad 24 \times 32 + 24 \times 18 - 24 \times 10.$$

17. Calculați respectând ordinea efectuării operațiilor:

$$1\,028 - 28 \times 15;\quad 800 - (112 : 4 + 9 \times 4) : 8 + 70 \times 45;$$
$$[(147 : 7 - 5) + 3 \times 4] : 4 - 2\,012 \times 0.$$

18. Determinați termenul necunoscut:

a) $1\,932 + x = 2\,301$; b) $x - 748 - 3\,654 = 97$;
c) $957 + 3\,185 - x = 1\,634$; d) $837 - 253 - x = 194$.

19. Calculați a din:

a) $235\,402 + a = 236\,702$; b) $53\,201 - a = 23\,141$;
c) $a + 17\,123 = 25\,432$; d) $a - 25\,754 = 14\,123$;
e) $48\,045 : a = 3\,203$; f) $a : 24\,573 = 137$;
g) $73\,121 \cdot a = 1\,754\,904$; h) $a \cdot 4\,312 = 90\,552$.

Capitolul I
Numere naturale

PP Competenţe specifice
Exemple de activităţi de învăţare

1.1. Identificarea numerelor naturale în contexte variate
- Scrierea și citirea numerelor naturale în sistemul de numerație zecimal
- Identificarea unor numere naturale într-o diagramă, într-un grafic sau într-un tabel care conțin date referitoare la o situație practică
- Identificarea unui număr natural pe baza unor condiții impuse cifrelor sale
- Identificarea unei metode aritmetice adecvate pentru rezolvarea unei probleme date

2.1. Efectuarea de calcule cu numere naturale folosind operaţiile aritmetice și proprietățile acestora
- Efectuarea operațiilor aritmetice cu numere naturale
- Efectuarea de calcule utilizând factorul comun
- Efectuarea operațiilor cu puteri utilizând regulile de calcul specifice
- Reprezentarea datelor dintr-o problemă, în vederea aplicării unei metode aritmetice adecvate

IV.1. Utilizarea regulilor de calcul pentru efectuarea operațiilor cu numere naturale și pentru divizibilitate
- Utilizarea algoritmului împărțirii, cu restul egal sau diferit de zero, în cazul în care deîmpărțitul și împărțitorul au una sau mai multe cifre
- Aproximarea/estimarea rezultatelor obținute prin utilizarea algoritmului împărțirii
- Calcularea unor expresii numerice care conțin paranteze (rotunde, pătrate și acolade), cu respectarea ordinii efectuării operațiilor
- Aplicarea metodelor aritmetice pentru rezolvarea unor probleme cu numere naturale
- Determinarea unui număr natural pe baza unor condiții impuse cifrelor sale (de exemplu, determinați numerele de forma $\overline{a2b5}$, știind că produsul cifrelor sale este 120)

4.1. Exprimarea în limbaj matematic a unor proprietăţi referitoare la comparări, aproximări, estimări și ale operațiilor cu numere naturale
- Reprezentarea pe axa numerelor a unui număr natural, utilizând compararea și ordonarea numerelor naturale
- Justificarea estimărilor rezultatelor unor calcule cu numere naturale
- Justificarea scrierii unui număr natural dat sub formă de putere cu baza sau exponentul indicat
- Exprimarea unor numere naturale de două cifre ca produs de numere prime

5.1. Analizarea unor situaţii date în care intervin numere naturale pentru a estima sau pentru a verifica validitatea unor calcule
- Evidențierea avantajelor folosirii proprietăților operațiilor cu numere naturale în diferite contexte

- Analizarea faptului că un număr este sau nu pătratul unui număr natural (utilizând ultima cifră, încadrarea între pătratele a două numere naturale consecutive)
- Determinarea unor numere naturale care respectă anumite condiții (de exemplu, determinați numerele prime a și b, știind că $3a + 2b = 16$)
- Compararea a două numere naturale scrise sub formă de puteri folosind aducerea la aceeași bază sau la același exponent
- Aplicarea criteriilor de divizibilitate a numerelor naturale pentru situații cotidiene
- Estimarea ordinului de mărime a numerelor de forma $2n$, pornind de la probleme practice (de exemplu, foi de hârtie îndoite consecutiv, povestea tablei de șah)
- Realizarea unor estimări utilizând procente (de exemplu, cunoscând numărul elevilor de gimnaziu dintr-un oraș și faptul că aproximativ 2% dintre aceștia studiază un instrument muzical, estimați numărul de elevi de gimnaziu care studiază un instrument muzical)
- Stabilirea valorii de adevăr a unui enunț matematic cu numere naturale, folosind metode aritmetice

Unitatea 1. Numere naturale

PE-PP 1. Scrierea și citirea numerelor naturale

Numerele se scriu cu ajutorul unor simboluri (semne grafice).

Exemplu: Pentru numărul 10 egiptenii au folosit simbolul „∩”, babilonienii au folosit simbolul „<”, iar romanii au folosit simbolul „X”.

După felul de ordonare și de grupare a simbolurilor folosite, se poate vorbi de două **moduri de scriere a numerelor:**

- scrierea **nepozițională** (de exemplu, scrierea cu simboluri romane);
- scrierea **pozițională** (de exemplu, scrierea cu simboluri arabe).

Scrierea numerelor folosită în clasele I-IV este o scriere pozițională, care folosește **zece simboluri**, numite **cifre arabe**. Acestea sunt: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9.

În scrierea unui număr, cifrele se pot repeta sau nu. Acest mod de scriere a unui număr natural se numește **scriere în baza zece** sau **scriere în sistemul zecimal**, pentru că zece unități de un anumit ordin formează o unitate de ordin imediat mai mare (superior).

În acest sistem de numerație, 10 **unități** formează o grupă numită **zece**; 10 grupe de 10 formează o nouă grupă numită **sută**; 10 grupe de o sută formează o nouă grupă numită **mie** etc.

Scrierea în baza 10 este o **scriere pozițională**: fiecare cifră are o anumită **valoare** după locul (poziția) unde este scrisă.

Exemplu: În scrierea numărului 123 437 653, cifra 3 apare de trei ori și, de la dreapta la stânga, ea are următoarele valori: **3 unități**, **3 zeci de mii** și **3 milioane**.

Observaţie: Numerația în baza 10 se pare că a fost inventată de indieni și preluată de europeni datorită arabilor. Originea numerației în baza 10 este foarte probabil să fie cele 10 degete de la cele două mâini ale omului.

Un număr natural oarecare de două cifre se reprezintă prin scrierea $\overline{ab}$, unde a și b desemnează cifre (nu neapărat diferite), cu $a \neq 0$. Adică:

$$\overline{ab} = a \cdot 10 + b.$$

Exemple: $17 = 1 \cdot 10 + 7$; $53 = 5 \cdot 10 + 3$; $77 = 7 \cdot 10 + 7$.

Un număr natural oarecare de trei cifre se reprezintă prin scrierea $\overline{abc}$, unde a, b și c desemnează cifre (nu neapărat diferite), cu $a \neq 0$. Adică:

$$\overline{abc} = a \cdot 100 + b \cdot 10 + c.$$

Exemple: $357 = 3 \cdot 100 + 5 \cdot 10 + 7$; $629 = 6 \cdot 100 + 2 \cdot 10 + 9$; $888 = 8 \cdot 100 + 8 \cdot 10 + 8$.

Numerele naturale scrise în ordinea: 0, 1, 2, ..., 9, 10, 11, ... formează șirul numerelor naturale.

Dacă n este un număr natural oarecare, atunci $n - 1$ este **predecesorul** său, $n + 1$ este **succesorul** său, iar numerele $n - 1$ și n, respectiv n și $n + 1$ se numesc **numere consecutive**.

Pentru a citi un număr natural, scris în baza 10, se grupează cifrele câte trei, de la dreapta la stânga. Aceste grupe sunt numite **clase**. Fiecare clasă se compune din **unități, zeci și sute.** La citirea numerelor în baza 10 se poate folosi schema:

sute	zeci	unități	sute	zeci	unități	sute	zeci	unități	sute	zeci	unități
clasa miliardelor			**clasa milioanelor**			**clasa miilor**			**clasa unităților**		

Exemplu:

Citiți numerele: a) 2 043 571; b) 4 001 307 156; c) 157 000 429 000.

Rezolvare: Se grupează cifrele numărului, de la dreapta la stânga, conform schemei de mai sus și se citește:

a) două milioane patruzeci și trei de mii cinci sute șaptezeci și unu;
b) patru miliarde un milion trei sute șapte mii o sută cincizeci și șase;
c) o sută cincizeci și șapte de miliarde patru sute douăzeci și nouă de mii.

Observație: Romanii foloseau pentru scrierea numerelor naturale următoarele simboluri: I, V, X, L, C, D, M, numite **cifre romane**.

Valorile cifrelor romane sunt: I are valoarea cifrei 1, V are valoarea cifrei 5, X are valoarea numărului 10, L are valoarea numărului 50, C are valoarea numărului 100, D are valoarea numărului 500 și M are valoarea numărului 1 000.

Sistemul de scriere folosit de romani nu era nici zecimal, nici pozițional.

La citirea și scrierea numerelor cu ajutorul cifrelor romane trebuie să ținem cont de următoarele reguli:

1. O cifră cu o valoare **mai mică sau egală** scrisă la dreapta uneia cu o valoare mai mare indică o sumă.

Exemple: XII = 10 + 1 + 1 = 12;
XXV = 10 + 10 + 5 = 25;
MDL = 1 000 + 500 + 50 = 1 550.

2. O cifră cu o valoare **mai mică** scrisă la stânga uneia cu o valoare mai mare indică o diferență.

Exemple: IX = 10 – 1 = 9; XL = 50 – 10 = 40; XC = 100 – 10 = 90;
CD = 500 – 100 = 400; CM = 1 000 – 100 = 900.

3. Cifrele I, X, C, M pot fi scrise consecutiv de cel mult trei ori.
4. Nu se pot repeta consecutiv cifrele V, L, D și nu se pot scădea.
5. Orice cifră (sau grup de cifre) care are o linie deasupra este multiplicată de 1 000 de ori.

Exemple: $\overline{\text{X}}$ reprezintă 10 000; $\overline{\text{L}}$ reprezintă 50 000; $\overline{\text{XC}}$ reprezintă 90 000.

6. Pentru a scrie numere cu cifre romane se poate face divizarea numărului în mii, sute, zeci și unități.

Exemple: 24 = 20 + 4 și 20 = XX, 4 = IV, iar numărul se scrie 24 = XXIV;
342 = 300 + 40 + 2 și 300 = CCC, 40 = XL, 2 = II, iar numărul se scrie 342 = CCCXLII;
1 957 = 1 000 + 900 + 50 + 7 și avem 1 000 = M, 900 = CM, 50 = L, 7 = VII, iar numărul se scrie 1 957 = MCMLVII.

● ● ● activități de învățare ● ● ●

PE Înțelegere *

1. Scrieți în baza 10, cu cifre arabe, numerele:
a) două sute trei; b) șapte sute patruzeci;
c) nouă mii nouă; d) cincizeci și șapte de mii patru sute;
e) trei miliarde patru sute; f) douăzeci și două de miliarde treizeci.

2. Citiți următoarele numere naturale:
a) 301; 15 070; 301 007; 2 000 510; 370 501 407;
b) 149 803; 40 731; 450 031 024; 204 030.

3. Scrieți cu ajutorul cifrelor următoarele numere:
a) o mie opt; b) unsprezece mii șaptezeci și opt;
c) două sute trei mii șase sute unu; d) un milion șaizeci și două de mii trei sute cinci.

4. a) Care este cel mai mic număr natural de trei cifre care are cifra zecilor 7?
b) Care este cel mai mare număr natural de patru cifre distincte care are cifra sutelor 6?
c) Care este cel mai mic număr natural de patru cifre care are cifra sutelor 6?

5. Scrieți toate numerele naturale:
a) mai mici decât 8;
b) mai mici sau cel mult egale cu 12;
c) mai mari decât 5 și mai mici decât 15;
d) mai mari sau cel puțin egale cu 3 și mai mici sau cel mult egale cu 17.

6. Scrieți următoarele numere descompuse în baza 10:
a) 127; b) 2 137; c) 53; d) 27 385;
e) 705; f) 230; g) 20 035; h) 705 102.

7. Fie a, b, c, d cifre în sistemul zecimal. Scrieți următoarele numere descompuse în baza 10:
a) $\overline{abc}$; b) $\overline{ab}$; c) $\overline{abcd}$; d) $\overline{aab}$;
e) $\overline{aaaa}$; f) $\overline{a0b}$; g) $\overline{ab0cd}$; h) $\overline{aab0c0}$.

8. Scrieți pozițional, în baza 10, următoarele sume:
a) $3 \cdot 10 + 7 \cdot 1$; b) $5 \cdot 100 + 2 \cdot 10 + 3$;
c) $5 \cdot 1\,000 + 2 \cdot 100 + 7 \cdot 10 + 1$; d) $4 \cdot 10\,000 + 5 \cdot 100 + 2 \cdot 10$.

9. Fără a efectua calculele, scrieți următoarele numere ca numere naturale în sistemul zecimal:
a) $2 \cdot 1\,000 + 5 \cdot 100 + 7 \cdot 10 + 1$;

PE-PP 3. Recapitulare şi sistematizare prin teste

✸ TESTUL 1 ✸

I. Completați spațiile punctate cu răspunsul corect.

1. Pentru scrierea numerelor naturale în sistemul de numerație zecimal se folosesc *simbolurile* ...., numite.. .

2. Prin *ordonarea* numerelor naturale înțelegem ....

3. *Aproximarea prin adaos* a unui număr natural la mii este ....

II. Încercuiți litera corespunzătoare răspunsului corect.

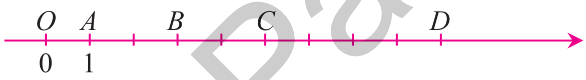
1. Pentru numerotarea unei cărți cu 90 de pagini se folosesc:
A. 168 de cifre; B. 172 de cifre; C. 169 de cifre; D. 171 de cifre.

2. Rotunjirea la sute a numărului 21 735 este:
A. 21 800; B. 21 700; C. 21 740; D. 21 750.

3. Scrierea cu cifre arabe a numărului MCMXXIV este:
A. 1 524; B. 2 124; C. 1 924; D. 2 024.

III. Scrieți în căsuța alăturată litera A, dacă afirmația este adevărată sau litera F, dacă afirmația este falsă.

Observați desenul de mai jos în care punctul O este originea axei și „├─┤” reprezintă unitatea de măsură.



1. Coordonata punctului B este 4. ☐

2. Punctul C are coordonata 5. ☐

3. Toate punctele reprezentate pe axă au coordonatele numere naturale impare. ☐

IV. Uniți, prin săgeți, fiecare enunț aflat în coloana din stânga cu răspunsul corespunzător aflat în coloana din dreapta.

A	B
1. Dacă numărul natural $\overline{5179x}$ are cifrele diferite și este impar, atunci cifra x este:	a) 0;
2. Dacă numărul $\overline{4806y}$ are cifrele diferite și este par, atunci cifra y este:	b) 1;
3. Dacă $1\,074 = a \cdot 1000 + b \cdot 100 + c \cdot 10 + d$, atunci b este egal cu:	c) 2;
	d) 3.

V. Scrieți rezolvările complete.

1. Completați șirurile cu alți trei termeni consecutivi:
a) 3; 6; 9; 12; ...; b) 1; 4; 2; 8; 3; 12; ...; c) 99; 92; 85; 78; ... .

2. Precizați termenul al 10-lea din șirurile:
a) 1; 3; 2; 6; 3; 9; ...; b) 1; 4; 7; 10; 13; ...; c) 3; 8; 13; 18; ... .

PE-PP 1. Adunarea numerelor naturale. Proprietăţi

În clasele anterioare ați învățat că pentru orice două numere naturale se poate calcula **suma** lor.

$$\begin{array}{r} 325\,+ \\ 234 \\ \hline 559 \end{array} \qquad\qquad \begin{array}{r} 379\,+ \\ 1645 \\ \hline 2024 \end{array}$$

$325 + 234 = 559$ $\qquad$ $379 + 1645 = 2024$

Oricare ar fi două numere naturale a și b, există s, număr natural unic, numit **suma** numerelor a și b. Notăm:

$a + b = s \longrightarrow$ suma

a, b $\longrightarrow$ termenii sumei

Operația prin care se obține suma a două numere naturale oarecare se numește **adunarea numerelor naturale.**

Proprietăţi:

1. Adunarea este **asociativă**, adică oricare ar fi a, b și c numere naturale, atunci
$$(a + b) + c = a + (b + c).$$
[Într-o sumă de mai mulți termeni, rezultatul nu se schimbă dacă grupăm (asociem) termenii diferit.]
2. Numărul 0 este **element neutru** la adunare, adică oricare ar fi numărul natural a, atunci
$$a + 0 = 0 + a = a.$$
[Dacă un termen al unei sume este zero, atunci suma este egală cu celălalt termen.]
3. Adunarea este **comutativă**, adică oricare ar fi numerele naturale a și b, atunci
$$a + b = b + a.$$
[Suma nu se schimbă dacă schimbăm ordinea termenilor.]

Problema 1

Folosind proprietățile de asociativitate și comutativitate ale adunării numerelor naturale calculați:

a) $S = 12 + 17 + 19 + 100 + 88 + 83 + 81$;

b) $S = 46 + 83 + 55 + 22 + 45 + 78 + 54 + 17$.

Rezolvare:

a) $S = 12 + 17 + 19 + 100 + 88 + 83 + 81 = (12 + 88) + (17 + 83) + (19 + 81) + 100 = 100 + 100 + 100 + 100 = 400$;

b) $S = 46 + 83 + 55 + 22 + 45 + 78 + 54 + 17 = (46 + 54) + (83 + 17) + (55 + 45) + (22 + 78) = 100 + 100 + 100 + 100 = 400$.

● ● ● activități de învățare ● ● ●

PE Înțelegere *

1. Calculați:
a) 72 619 + 83 578; b) 512 387 + 97 485 + 783 697;
c) 435 + 721 + 565 + 39; d) 2 537 + 2 308 + 1 105.

2. Descompuneți în sumă de unități, zeci, sute etc., după caz, numerele:
575, 49, 3 754, 125 431, 1 237 403.

3. Scrieți numărul 7 ca sumă de două numere naturale. Câte soluții are problema?

4. Efectuați, folosind proprietățile adunării:
a) 73 + 58 + 27 + 42; b) 2 937 + 1 429 + 63;
c) 19 + 46 + 181 + 54; d) 2 301 + 389 + 1 499 + 511.

5. Completați tabelul următor:

a	327	1 239	23 432	57	124 329	37 452	19 624
b	452	327	2 342	2 437	3 247	4 295	5 732
a* + *b	779						

6. Completați căsuțele și denumiți proprietățile utilizate:
a) 14 + $\square$ = 14; $\square$ + 24 = 24; $\square$ + 0 = 74; 0 + $\square$ = 99;
b) 19 + 37 = 37 + $\square$; 49 + $\square$ = 54 + 49;
c) (16 + 24) + $\square$ = 16 + (24 + $\square$).

7. Completați tabelele:

a)

a	47	529	1 435	132 456	799 457	2 437 560
***a* + 325**						

b)

b	12	125	437	24 573	456 124	257 432 124
***b* + 5 237**						

8. Calculați *a* + 23 574 pentru *a* luând valorile: 3 205; 25 734; 16 105; 50 037; 94 376.

9. Completați tabelul:

a	29	2 375	537	24 523	1 754	21 375
b	137	123	9 754	41 127	324	41 325
c	453	49	4 375	5 432	5	2 943
a* + *b						
a* + *c						
b* + *c						
a* + *b* + *c						

10. Calculați, folosind proprietățile adunării:
a) 2 + 97 + 5 + 998 + 3 + 2 995;
b) 113 + 124 + 1 257 + 1 376 + 1 387 + 4 743;
c) 401 + 4 502 + 4 203 + 419 + 4 018 + 4 057.

PE

Nume ________________________ **Clasa** ______

Test de autoevaluare

• *Se acordă 1 punct din oficiu. Timp de lucru 50 de minute.*

I. Completați pe fișa de evaluare spațiile punctate cu răspunsul corect. (2 puncte)

(0,5p) **1.** Rezultatul calculului 1 001 – 372 este numărul ....

(0,5p) **2.** Dacă $84 - x - 15 = 60$, atunci numărul natural x este egal cu ....

(0,5p) **3.** Dintre numerele 33 și 31, soluție a inecuației $x - 7 + 3 < 28$ este numărul ....

(0,5p) **4.** Dacă într-o școală sunt 534 de băieți, iar fete sunt cu 19 mai multe, atunci rezultă că numărul elevilor școlii este ....

II. Încercuiți pe fișă doar răspunsul corect, știind că numai unul dintre cele patru răspunsuri este corect. (2 puncte)

(0,5p) **1.** Se știe că a și b sunt două numere naturale astfel încât $a + 8 - b = 38$. Atunci rezultatul calculului $(a - b) - 7 + 2$ este egal cu:

A. 32; B. 25; C. 36; D. 38;

(0,5p) **2.** Rezultatul calculului $29 + \{32 - [17 - (3 + 7 - 2 - 1)] + 1\}$ este numărul:

A. 50; B. 51; C. 52; D. 53.

(0,5p) **3.** Dacă x este unul dintre numerele 42, 50, 51, 62 și $x + 3 - (130 - 110) \geq 37$, atunci x este egal cu:

A. 42; B. 50; C. 51; D. 62.

(0,5p) **4.** Suma a trei numere x, y și z este 573. Dacă x este cel mai mare număr par mai mic decât 125, y este cu 47 mai mic decât x, atunci $z - y$ este egal cu:

A. 290; B. 295; C. 300; D. 305.

III. Uniți prin săgeți fiecare enunț, aflat în coloana din stânga, cu răspunsul corespunzător, aflat în coloana din dreapta. (2 puncte)

Dacă $x + y + z + u = 106$, $(x + y) - 10 = z + u$, $x + 4 = y$ și $u - 8 = z$, atunci:

(0,5p)	a) $x + y$ este egal cu	1) 28;
(0,5p)	b) y este egal cu	2) 20;
(0,5p)	c) z este egal cu	3) 31;
(0,5p)	d) u este egal cu	4) 27;
		5) 58.

La problemele IV și V scrieți pe fișa de evaluare rezolvările complete. **(3 puncte)**

(2p) **IV.** Diferența a două numere naturale a și b este 2 016. Mărind descăzutul cu 13 și scăzătorul cu 3 se obțin alte două numere: x și, respectiv, y.

a) Calculați $x - y$.

b) Cum trebuie mărit descăzutul a și mărit scăzătorul b, astfel încât să avem $x - y = 2\,016$?

(1p) **V.** Se scrie un șir de numere naturale pentru care primul număr din șir este 3 și orice alt număr al șirului, începând cu cel de-al doilea, este egal cu suma dintre precedentul și numărul 4. Rezultă astfel șirul de numere: 3, 7, 11, 15, 19, 23, … . Arătați că 147 este al treizeci și șaptelea număr al șirului.

Subiectul	I.1	I.2	I.3	I.4	II.1	II.2	II.3	II.4	III.	IV.	V.
Punctajul											
Nota											

Unitatea 5. Divizibilitatea numerelor naturale

PE-PP

1. Divizor. Multiplu. Divizor comun. Multiplu comun

Fie a și b două numere naturale. Spunem că b este **divizor** al lui a dacă există un număr natural c astfel încât $a = b \cdot c$.

În această situație, despre a se spune că este un **multiplu** al lui b și se utilizează una dintre următoarele scrieri:

$b \mid a$	se citește „*b divide a*”
$a \vdots b$	se citește „*a este divizibil cu b*”

Se mai folosesc simbolurile: $\nmid$ (nu divide); $\not\vdots$ (nu este divizibil cu).

Exemple:

1. $2 \mid 12$ deoarece există numărul natural c, astfel încât $12 = 2 \cdot c$ (numărul natural c este 6). Deci, 2 este divizor al lui 12 și 12 este multiplu al lui 2.

2. Fie a un număr natural oarecare; $a \mid 0$ deoarece există numărul natural c, astfel încât $0 = a \cdot c$ (numărul natural c este 0).

3. $0 \mid 0$ deoarece există numărul natural c, astfel încât $0 = 0 \cdot c$ (numărul natural c poate fi orice număr natural).

Observație: **Pentru a și b două numere naturale cu $b \neq 0$, se spune că b divide pe a sau că a este divizibil cu b dacă a se împarte exact la b.**

Exemple:

1. $4 \mid 32$ deoarece $32 : 4 = 8$.

2. $6 \nmid 27$ deoarece împărțind 27 la 6, restul împărțirii nu este 0. Altfel spus, $27 : 6$ nu este număr natural.

Observație: Reținem următoarele exprimări echivalente:

1. b este divizor al lui a;
2. a este un multiplu al lui b;
3. b divide pe a;
4. a este divizibil cu b;
5. a se împarte exact la b (numai pentru $b \neq 0$).

Cum se află multiplii unui număr natural?	Pentru a afla multiplii unui număr natural a, **multiplicăm** numărul a, adică înmulțim pe rând numărul a cu toate numerele naturale.

Exemplu: Multiplii numărului 3 sunt: $3 \cdot 0, 3 \cdot 1, 3 \cdot 2, 3 \cdot 3, 3 \cdot 4, 3 \cdot 5, 3 \cdot 6, 3 \cdot 7, \ldots$.
Prin urmare, multiplii numărului 3 sunt: 0, 3, 6, 9, 12, 15, 18, 21, … .

Relația de divizibilitate are următoarele **proprietăți:**	**Exemple:**
– este **reflexivă**: oricare ar fi numărul natural a, atunci $a \mid a$;	$7 \mid 7$ deoarece există numărul natural 1, astfel încât $7 = 7 \cdot 1$.
– este **antisimetrică**: dacă a și b sunt numere naturale, atunci din $a \mid b$ și $b \mid a$ rezultă $a = b$;	Dacă $17 \mid x$ și $x \mid 17$, atunci $17 = x$.
– este **tranzitivă**: dacă a, b, c sunt numere naturale, atunci din $a \mid b$ și din $b \mid c$ rezultă $a \mid c$.	Dacă $37 \mid 111$ și $111 \mid 777$, atunci $37 \mid 777$.

De reţinut!

1. *Numărul natural 0 este multiplu al oricărui număr natural* ($0 \vdots a$, oricare ar fi numărul natural a, deoarece $0 = a \cdot 0$).

2. *Numărul natural 1 este divizor al oricărui număr natural* ($a \vdots 1$, oricare ar fi numărul natural a, deoarece $a = 1 \cdot a$).

3. *Numărul natural 0 nu este divizor al niciunui număr natural nenul* (dacă $a \neq 0$, atunci $a \not\vdots 0$).

4. *Dacă* $\boldsymbol{a} = \boldsymbol{b} \cdot \boldsymbol{c}$, *atunci* ***a*** *este multiplu atât al numărului* ***b****, cât și al numărului* ***c****, iar* ***b*** *și* ***c*** *sunt divizori ai numărului* ***a*** ($12 = 2 \cdot 6$, atunci 12 este multiplu al lui 2 și al lui 6, iar 2 și 6 sunt divizori ai lui 12).

5. *Orice număr natural a se divide cu el însuși* ($a \vdots a$, oricare ar fi numărul natural a, deoarece $a = a \cdot 1$).

6. Numerele 1 și a se numesc **divizori improprii** ai numărului a. Orice divizor al numărului a, diferit de 1 și a se numește **divizor propriu** (12 are ca divizori improprii pe 1 și pe el însuși, iar ca divizori proprii pe 2, 3, 4 și 6).

7. Numărul natural a, $a \neq 0$, se numește **divizor comun** al numerelor naturale b și c dacă $b \vdots a$ și $c \vdots a$. Numărul natural d, $d \neq 0$, este **cel mai mare divizor comun** al numerelor naturale nenule a și b, dacă îndeplinește condițiile:

a) d divide pe a și d divide pe b;

b) d se divide cu orice divizor comun al numerelor a și b.

8. Numărul natural a se numește **multiplu comun** al numerelor naturale nenule b și c dacă $a \vdots b$ și $a \vdots c$. Numărul natural m, $m \neq 0$, este **cel mai mic multiplu comun** al numerelor naturale a și b dacă îndeplinește condițiile:

a) m se divide cu a și m se divide cu b;

b) orice multiplu comun al numerelor naturale nenule a și b se divide cu m.

Problemă:

a) Scrieți divizorii numărului 18.

b) Scrieți divizorii proprii ai numărului 30.

c) Aflați cel mai mare divizor comun al numerelor 18 și 30.

d) Scrieți multiplii numărului 18.

e) Scrieți multiplii numărului 30.

f) Aflați cel mai mic multiplu comun al numerelor 18 și 30.

Rezolvare:

a) Divizorii numărului 18 sunt: 1, 2, 3, 6, 9 și 18 (numerele la care se împarte exact 18).

b) Divizorii numărului 30 sunt: 1, 2, 3, 5, 6, 10, 15 și 30. Divizorii proprii sunt: 2, 3, 5, 6, 10, 15. Divizorii improprii sunt: 1 și 30.

c) Din a) și b) rezultă că cel mai mare divizor comun al numerelor 18 și 30 este 6.

d) Multiplicând numărul 18, obținem: $18 \cdot 0$, $18 \cdot 1$, $18 \cdot 2$, $18 \cdot 3$, $18 \cdot 4$, $18 \cdot 5$, $18 \cdot 6$, $18 \cdot 7$, … . Deci, multiplii numărului 18 sunt: 0, 18, 36, 54, 72, 90, 108, ...

e) Multiplicând numărul 30, obținem: 0, 30, 60, 90, 120, 150, … .

f) Din d) și e) rezultă că cel mai mic multiplu comun al numerelor 18 și 30 este 90.

Observații:

- Dacă d este divizor comun al numerelor naturale a și b, atunci d este și divizor al numerelor $a + b$ și $a - b$ (din $6 \mid 12$ și $6 \mid 18$ rezultă că $6 \mid 30$ și $6 \mid 6$).
- Divizorii unui număr natural sunt numere naturale mai mici sau egale cu numărul dat. Un număr natural are un număr finit de divizori.
- Multiplii nenuli ai unui număr natural sunt numere naturale mai mari sau egale cu numărul dat. Un număr natural are un număr infinit de multipli.

● ● ● activităţi de învăţare ● ● ●

PE Înţelegere *

1. Scrieți toți divizorii numerelor: 12, 27, 31.
2. Scrieți 5 divizori ai numărului 100.
3. Scrieți 3 multipli ai numărului 6 mai mari decât 6.
4. a) Scrieți toți multiplii mai mici decât 50 ai numărului 7.
b) Scrieți toți multiplii lui 7 cuprinși între 15 și 65.
5. Scrieți 3 multipli comuni pentru numerele 12 și 18.
6. Aflați toți divizorii comuni ai numerelor 12 și 18 și precizați care este cel mai mare dintre ei.
7. Care este cel mai mic număr natural nenul, multiplu comun pentru numerele 6 și 9?
8. Care este cel mai mic număr natural nenul, multiplu comun pentru numerele 2, 3 și 5?
9. Care este cel mai mare număr natural, divizor comun al numerelor 42 și 70?

PE Aplicare şi exersare **

10. Câți divizori are numărul 18? Dar 28?
11. Care este cel mai mic număr natural care are exact doi divizori?
12. Aflați cel mai mare număr natural de 3 cifre care este multiplu de 23.
13. Aflați cel mai mic număr natural de 4 cifre care este multiplu de 47.
14. Care este cel mai mic număr natural care are exact trei divizori?
15. Un număr natural a este divizibil cu 12. Scrieți trei divizori diferiți ai numărului a.
16. Folosind cifrele 0, 5 și 4 scrieți toate numerele de trei cifre divizibile cu:
a) 2; b) 5; c) 10.
17. Numerele naturale nenule a și b au divizor comun numai pe 1. Care este cel mai mic număr nenul, multiplu comun pentru numerele a și b?

PE Aprofundare şi performanţă ***

18. Un număr natural nenul a are printre divizorii săi numerele 3, 5 și 7. Scrieți încă patru divizori diferiți de aceștia ai numărului a.
19. Câte numere naturale de două cifre se divid cu 7?
20. a) Știind că $a \mid b$ și $b \mid c$, arătați că $a \mid c$.
b) Știind că $a \mid b$ și $b \mid a$, arătați că $a = b$.
21. a) Știind că a, b și d sunt numere naturale nenule, $a > b$, $d \mid a$ și $d \mid b$, arătați că $d \mid (a - b)$.
b) Știind că a, b, d sunt numere naturale nenule, $d \mid (a + b)$ și $d \mid a$, arătați că $d \mid b$.

Capitolul II
Fracţii ordinare. Fracţii zecimale

PP Competenţe specifice
Exemple de activităţi de învăţare

1.2. Identificarea fracțiilor ordinare sau zecimale în contexte variate
- Utilizarea unor reprezentări grafice variate pentru ilustrarea fracțiilor echiunitare, subunitare, supraunitare
- Verificarea echivalenței a două fracții prin diferite reprezentări
- Scrierea unui procent sub formă de fracție ordinară (de exemplu, 20% se scrie 20/100)
- Identificarea unor date statistice din diagrame, tabele sau grafice

2.2. Efectuarea de calcule cu numere naturale folosind operațiile aritmetice și proprietățile acestora
- Efectuarea de calcule cu fracții folosind proprietăți ale operațiilor aritmetice
- Introducerea și scoaterea întregilor dintr-o fracție ordinară
- Înmulțirea și împărțirea unei fracții zecimale cu un număr finit de zecimale nenule cu 10, 100, 1 000
- Scrierea unei fracții zecimale cu un număr finit de zecimale nenule ca un produs dintre un număr zecimal și o putere a lui 10; scrierea unei fracții zecimale cu un număr finit de zecimale nenule ca un cât dintre un număr zecimal și o putere a lui 10
- Calcularea unei fracții echivalente cu o fracție dată, prin amplificare sau simplificare
- Simplificarea unei fracții ordinare în vederea obținerii unei fracții ireductibile (prin simplificări succesive, dacă este cazul)
- Efectuarea de operații cu numere raționale exprimate sub formă de fracție zecimală și/sau ordinară

3.2. Utilizarea de algoritmi pentru efectuarea operațiilor cu fracții ordinare sau zecimale
- Aplicarea algoritmilor de împărțire a unei fracții zecimale la un număr natural sau la o fracție zecimală cu un număr finit de zecimale nenule
- Transformarea fracțiilor ordinare în fracții zecimale și invers
- Aplicarea metodelor aritmetice pentru rezolvarea unor probleme cu fracții

4.2. Utilizarea limbajului specific fracțiilor/procentelor în situații date
- Încadrarea unei fracții zecimale între două numere naturale consecutive
- Utilizarea limbajului specific pentru determinarea unei fracții dintr-un număr natural *n*, multiplu al numitorului fracției
- Utilizarea limbajului adecvat pentru exprimarea unor transformări monetare (inclusiv schimburi valutare)

6.2. Reprezentarea matematică, folosind fracțiile, a unei situații date, în context intra și interdisciplinar (geografie, fizică, economie etc.)

- Formularea unor probleme cu fracții, pe baza unor scheme sau reguli date și rezolvarea acestora prin metode aritmetice (metoda reducerii la unitate, metoda comparației, metoda mersului invers etc.)
- Reprezentarea datelor statistice folosind softuri matematice
- Argumentarea demersului de rezolvare a unei probleme pornind de la un set de informații cu caracter cotidian sau științific (fizic, economic etc.)

Unitatea 1. Fracţii ordinare

PE-PP

1. Fracţii ordinare. Reprezentarea fracţiilor prin desene

Fracția ordinară (pe scurt fracția) este o pereche de numere naturale m și n, cu $n \neq 0$, scrisă sub forma $\frac{m}{n}$, unde m este **numărătorul** fracției și n este **numitorul** fracției.

Numărătorul este separat de **numitor** prin **linia de fracție**.

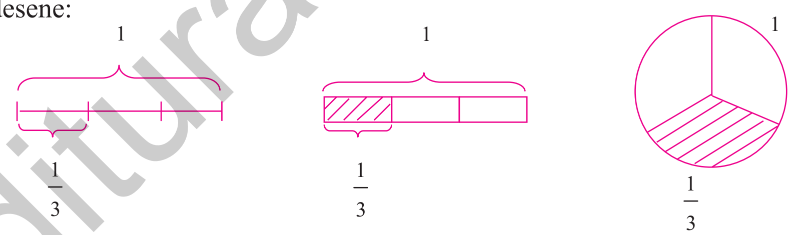
Numitorul unei fracții arată în câte părți egale a fost împărțit întregul, iar **numărătorul** arată câte părți au fost luate din întreg.

Observaţie: **Fracția $\frac{m}{n}$ este definită dacă și numai dacă $n \neq 0$.**

Oricare ar fi n un număr natural, avem:

$$\frac{0}{n} = 0 \ (n \neq 0) \text{ și } \frac{n}{1} = n.$$

Fracțiile pot fi reprezentate cu ajutorul unor desene. De exemplu, fracția $\frac{1}{3}$ din următoarele desene:



activităţi de învăţare

PE **Înţelegere** *

1. Scrieți fracțiile corespunzătoare pentru:

a) două treimi; b) cinci pătrimi; c) o doime;
d) patru cincimi; e) trei doimi; f) opt zecimi;
g) trei șesimi; h) șapte doimi; i) nouă treimi.

16. Fie a, b, c, d, x, y numere naturale nenule astfel încât $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$ și $c \cdot y = d \cdot x$. Stabiliți dacă $a \cdot y = b \cdot x$.

17. Fie a, b, c, d, x, y numere naturale nenule astfel încât $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$ și $a \cdot y = b \cdot x$. Arătați că

$$\frac{a}{c+x}=\frac{b}{d+y}.$$

PE-PP **Supermate ******

18. Determinați numerele naturale x și y astfel încât fracțiile $\frac{2}{x}$ și $\frac{y+1}{3}$ să fie egale.

19. Aflați numărul natural x care verifică egalitatea: $\frac{15}{x^2+4x}=\frac{5}{4}$.

PE-PP 4. Amplificarea şi simplificarea fracţiilor. Fracţii ireductibile

• **A amplifica** o fracție $\frac{a}{b}$ cu un număr natural nenul n înseamnă a înmulți și numărătorul, și numitorul fracției cu n. Prin amplificare se obține o **fracție egală** cu cea dată.

Notăm: $^{n)}\frac{a}{b}=\frac{n \cdot a}{n \cdot b}$.

• **A simplifica** o fracție $\frac{a}{b}$ cu un număr natural nenul n înseamnă a împărți și numărătorul, și numitorul fracției la n. Prin simplificare se obține o **fracție egală** cu cea dată.

Notăm: $\frac{a}{b}^{(n}=\frac{a:n}{b:n}$.

• O fracție este **fracție ireductibilă** dacă singurul divizor comun numitorului și numărătorului este 1. Calea cea mai scurtă pentru a obține dintr-o fracție o fracție ireductibilă este aceea de a simplifica fracția cu cel mai mare divizor comun al numărătorului și numitorului.

Exemplu: Fie fracția $\frac{18}{30}$. Cel mai mare divizor comun al lui 18 și 30 este 6. Simplificând fracția $\frac{18}{30}$ cu 6 obținem fracția $\frac{3}{5}$, care este ireductibilă: $\frac{18}{30}^{(6}=\frac{18:6}{30:6}=\frac{3}{5}$.

activități de învățare

PE Înțelegere *

1. Amplificați cu 3 următoarele fracții: $\frac{1}{2}$; $\frac{5}{7}$; $\frac{a}{b}$; $\frac{2x}{5y}$; $\frac{x+2}{y+1}$; $\frac{a+b}{x+y}$.

2. Amplificați cu numărul natural nenul n fracțiile: $\frac{3}{4}$; $\frac{7}{2}$; $\frac{a}{b}$; $\frac{3a}{7b}$; $\frac{a+1}{b+3}$; $\frac{a+b}{x+y}$.

3. Aflați cu ce număr trebuie amplificată fiecare dintre următoarele fracții, astfel încât să obținem de fiecare dată fracții cu numitorul 48: $\frac{1}{2}$; $\frac{5}{3}$; $\frac{7}{6}$; $\frac{19}{12}$; $\frac{11}{16}$; $\frac{17}{24}$.

4. Aflați cu ce număr trebuie amplificată fiecare dintre următoarele fracții, astfel încât să obținem de fiecare dată fracții cu numărătorul 32: $\frac{4}{5}$; $\frac{2}{17}$; $\frac{8}{7}$; $\frac{16}{23}$; $\frac{1}{10}$.

PE Aplicare și exersare **

5. Aflați numărul natural x, astfel încât fiecare dintre următoarele egalități să fie adevărată:

a) $\frac{3}{5}=\frac{x}{10}$; b) $\frac{7}{x}=\frac{21}{15}$; c) $\frac{x+2}{x+7}=\frac{3x+6}{48}$.

6. Aflați numerele naturale x și y, astfel încât fracțiile $\frac{2}{3}$; $\frac{x+1}{6}$ și $\frac{10}{2y+1}$ să fie egale.

7. Simplificați prin 5 următoarele fracții: $\frac{10}{15}$; $\frac{15}{45}$; $\frac{5a}{10b}$; $\frac{10a+10b}{25x+25y}$; $\frac{2^2\cdot 5}{3\cdot 5}$.

8. Simplificați fracțiile, astfel încât să obțineți fracții ireductibile:

$\frac{20}{30}$; $\frac{250}{350}$; $\frac{2\cdot 3\cdot 7}{3\cdot 7\cdot 11}$; $\frac{2^3}{2^5}$; $\frac{2^7\cdot 3^2\cdot 5^4}{2^7\cdot 3^3\cdot 5^2\cdot 11}$; $\frac{5\,200}{18\,200}$; $\frac{1\,716}{4\,290}$; $\frac{72a}{108a}$; $\frac{34a+34b}{51a+51b}$.

9. Aflați numerele naturale x și y, astfel încât fiecare dintre următoarele egalități să fie adevărată:

a) $\frac{6}{8}=\frac{3}{y}$; b) $\frac{x+1}{15}=\frac{2}{3}$; c) $\frac{7x+21}{x+2}=\frac{x+3}{5}$.

10. Aflați numerele naturale x și y, astfel încât următoarele fracții să fie echivalente:

$\frac{24}{36}$; $\frac{12}{x+2}$ și $\frac{y+1}{6}$.

11. Simplificați fracțiile:

a) $\frac{375\,375}{871\,871}$; b) $\frac{\overline{abc}+\overline{bca}+\overline{cab}}{\overline{xyz}+\overline{yzx}+\overline{zxy}}$; c) $\frac{\overline{ab0ab}}{17\,017}$.

12. Dintre fracțiile de forma $\frac{\overline{1a7b}}{\overline{c51d}}$ și care se simplifică prin 36, determinați fracția cea mai mică și pe cea mai mare.

Unitatea 2. Operaţii cu fracţii ordinare

PE-PP

1. Adunarea şi scăderea fracţiilor ordinare

Fracţii cu acelaşi numitor

Pentru a aduna două fracţii ordinare care au acelaşi numitor, se adună numărătorii şi se păstrează numitorul comun. Fracţia obţinută se aduce la forma ireductibilă.

$$\frac{a}{m}+\frac{b}{m}=\frac{a+b}{m}.$$

Exemplu: $\frac{3}{10}+\frac{5}{10}=\frac{3+5}{10}=\frac{8^{(2}}{10}=\frac{4}{5}.$

Pentru a scădea două fracţii ordinare care au acelaşi numitor, se scad numărătorii şi se păstrează numitorul comun. Fracţia obţinută se aduce la forma ireductibilă.

$$\frac{a}{m}-\frac{b}{m}=\frac{a-b}{m}.$$

Exemplu: $\frac{7}{16}-\frac{3}{16}=\frac{7-3}{16}=\frac{4^{(4}}{16}=\frac{1}{4}.$

Fracţii cu numitori diferiţi

Pentru a aduna sau scădea două fracţii care au numitorii diferiţi se aduc mai întâi fracţiile la acelaşi numitor şi apoi se aplică regula de adunare, respectiv scădere de mai sus.

Pentru a aduce fracţiile la acelaşi numitor se parcurg următoarele etape:

- se calculează cel mai mic multiplu comun al numitorilor;
- se stabileşte numitorul comun care este cel mai mic multiplu comun al numitorilor;
- se amplifică fiecare fracţie cu câtul dintre numitorul comun determinat şi numitorul fracţiei respective.

Exemplu: Pentru a calcula suma $\frac{17}{20}+\frac{7}{15}$ sau diferenţa $\frac{17}{20}-\frac{7}{15}$ se procedează astfel:

- se calculează cel mai mic multiplu comun al numitorilor:
  – multiplii lui 20 sunt: 20, 40, 60, 80, …;
  – multiplii lui 15 sunt: 15, 30, 45, 60, 75, … .

Rezultă că cel mai mic multiplu comun al numitorilor este 60. Aşadar:

- numitorul comun este 60;
- se amplifică fracţia $\frac{17}{20}$ cu câtul dintre 60 şi 20, adică cu 3, şi se obţine ${}^{3)}\frac{17}{20}=\frac{51}{60}$;
- se amplifică şi fracţia $\frac{7}{15}$ cu câtul dintre 60 şi 15, adică cu 4, şi se obţine ${}^{4)}\frac{7}{15}=\frac{28}{60}$.

Atunci:

– **suma** fracţiilor $\frac{17}{20}$ şi $\frac{7}{15}$ este

$${}^{3)}\frac{17}{20}+{}^{4)}\frac{7}{15}=\frac{51}{60}+\frac{28}{60}=\frac{79}{60};$$

– **diferenţa** fracţiilor $\frac{17}{20}$ şi $\frac{7}{15}$ este

$${}^{3)}\frac{17}{20}-{}^{4)}\frac{7}{15}=\frac{51}{60}-\frac{28}{60}=\frac{23}{60}.$$

● ● ● activităţi de învăţare ● ● ●

PE Înţelegere *

1. Efectuați adunările:

a) $\frac{3}{5}+\frac{2}{5}$; b) $\frac{37}{53}+\frac{69}{53}$; c) $\frac{17}{40}+\frac{3}{40}$; d) $\frac{93}{137}+\frac{44}{137}$.

2. Efectuați scăderile:

a) $\frac{11}{7}-\frac{4}{7}$; b) $\frac{48}{74}-\frac{11}{74}$; c) $\frac{50}{91}-\frac{43}{91}$; d) $\frac{219}{107}-\frac{5}{107}$.

3. Calculați:

a) $\frac{1}{7}+\frac{2}{7}+\frac{4}{7}$; b) $\frac{1}{63}+\frac{3}{63}+\frac{5}{63}$; c) $\frac{17}{152}+\frac{49}{152}+\frac{86}{152}$;

d) $\frac{29}{77}-\frac{13}{77}-\frac{5}{77}$; e) $\frac{11}{4}-\frac{1}{4}-\frac{3}{4}-\frac{5}{4}$; f) $\frac{137}{371}-\frac{35}{371}-\frac{49}{371}-\frac{51}{371}$.

4. Calculați:

a) $\frac{a}{19}+\frac{11a}{19}+\frac{7a}{19}$; b) $\frac{3a}{23}+\frac{17a}{23}+\frac{26a}{23}$; c) $\frac{11x}{49}+\frac{13x}{49}+\frac{25x}{49}$;

d) $\frac{15b}{7}-\frac{3b}{7}-\frac{5b}{7}$; e) $\frac{21y}{11}-\frac{7y}{11}-\frac{3y}{11}$; f) $\frac{29c}{47}-\frac{21c}{47}-\frac{8c}{47}$.

5. Calculați și exprimați rezultatul printr-o fracție ireductibilă:

a) $\frac{1}{2}+\frac{5}{4}$; b) $\frac{1}{9}+\frac{3}{7}$; c) $\frac{1}{6}+\frac{3}{8}$; d) $\frac{10}{39}+\frac{9}{117}$;

e) $\frac{1}{5}+\frac{7}{15}+\frac{5}{8}$; f) $\frac{1}{4}+\frac{7}{24}+\frac{5}{8}$; g) $3+\frac{1}{4}+\frac{2}{5}$; h) $\frac{3}{11}+\frac{4}{3}+\frac{7}{12}$;

i) $\frac{1}{5}-\frac{1}{7}$; j) $\frac{7}{20}-\frac{5}{18}$; k) $\frac{8}{13}-\frac{5}{39}$; l) $3-\frac{2}{5}$.

6. Calculați și exprimați rezultatul printr-o fracție ireductibilă:

a) $5\frac{1}{4}+6\frac{1}{10}$; b) $6\frac{1}{4}+5\frac{2}{3}+1\frac{17}{24}$; c) $4\frac{5}{6}-2\frac{1}{4}$; d) $4\frac{1}{2}-1\frac{2}{3}$.

PE Aplicare şi exersare **

7. Efectuați calculele:

a) $\frac{a}{a+b}+\frac{b}{a+b}$, $a+b\neq 0$; b) $\frac{a}{a+b+c}+\frac{b}{a+b+c}+\frac{c}{a+b+c}$, $a+b+c\neq 0$.

8. Scrieți ca o sumă de fracții ordinare cu același numitor:

a) $\frac{7}{11}$; b) $\frac{5}{9}$; c) $\frac{24}{17}$; d) $\frac{6a}{23}$; e) $\frac{2a+5}{5a}$; f) $\frac{a+9}{a+1}$, $a\in\mathbb{N}^*$.

9. a) Calculați fracția cu $\frac{2}{3}$ mai mare decât fracția $\frac{4}{3}$.

b) Calculați fracția cu $\frac{19}{29}$ mai mică decât fracția $\frac{49}{29}$.

PE-PP Teste recapitulative

Notă (pentru testele 1-10): Se acordă 1 punct din oficiu. Timp de lucru 50 de minute.

TESTUL 1

(0,5p) **1.** Calculați $3^2 - 2^3$.

(0,5p) **2.** Demonstrați că dacă cifrele unui număr de trei cifre sunt consecutive, atunci numărul se divide cu 3.

(0,5p) **3.** Comparați numerele $a = 128 : 8$ și $b = 4^2$.

(0,5p) **4.** Știind că $4^n = 64$, aflați n.

(0,5p) **5.** Suma a patru numere naturale consecutive este 62. Calculați numerele.

(1p) **6.** Rotunjiți la sute numărul 12 379.

(1p) **7.** Aflați numărul care împărțit la 7 dă câtul 10 și restul 5.

(1p) **8.** Știind că $a \cdot (b + c) = 3\,114$ și $a \cdot b = 1\,107$, aflați $a \cdot c$.

(1p) **9.** Rezolvați ecuația $24x - 1 = 47$.

10. Calculați:

(0,5p) a) $(5^2 - 4^2) : 9$;

(0,5p) b) $12 \cdot 35 - 12 \cdot 24 + 12$;

(0,5p) c) $[9^2 - 2^4 \cdot 5^9 : (5^4)^2] : 2^2$.

(0,5p) **11.** a) Câte numere împărțite la 6 dau câtul cel puțin 2 și cel mult 5?

(0,5p) b) Câte cifre se folosesc pentru paginarea unei cărți care are 160 de pagini?

TESTUL 2

(0,5p) **1.** Aflați suma tuturor numerelor naturale de forma $\overline{2x5}$ divizibile cu 3.

(0,5p) **2.** Determinați câtul împărțirii 459 : 17.

(0,5p) **3.** Determinați numărul natural x care verifică egalitatea $3x + 7 = 28$.

(0,5p) **4.** Comparați numerele $a = 9^{15}$ și $b = 27^{11}$.

(0,5p) **5.** Știind că $2a + b = 7$, aflați $4a + 2b$.

(1p) **6.** Aflați valorile numărului natural x pentru care $5x + 2 \leq 7$.

(1p) **7.** Scrieți numerele pare mai mari ca 15 și mai mici decât 22.

(1p) **8.** Aflați cel mai mare număr natural de două cifre care este cub perfect.

(1p) **9.** Știind că suma dintre un număr natural și triplul acestuia este 16, aflați numărul.

10. Calculați:

(0,5p) a) $5 \cdot \{7 + 3 \cdot [46 + 6 \cdot (27 - 32 : 4)]\}$;

(0,5p) b) $(2^8)^2 : 2^{2^4} \cdot (3^2 - 1) - 3^0 \cdot 2^2$;

(0,5p) c) $(3^{19} \cdot 25^9)^2 : 15^{36}$.

11. Într-un bloc sunt apartamente cu două și cu trei camere, în total fiind 41 de camere și 17 apartamente.

(0,5p) a) Calculați câte apartamente sunt cu 3 camere.

(0,5p) b) Calculați câte apartamente sunt cu 2 camere.

Indicaţii şi răspunsuri

SOLUŢIILE TESTELOR DE AUTOEVALUARE POT FI CONSULTATE AICI:
(Scanaţi codul QR cu camera telefonului, nu din aplicaţia Mate2000+)

RECAPITULARE ŞI EVALUARE INIŢIALĂ

1. Exerciţii şi probleme recapitulative

1. a) 414 090; 88 006; 200 205; 703 023; b) 6 405; 500 032; 9 007; 51 008. **2.** a) 7; 20 347; b) 4; 2 034; c) 3; 203; d) 0; 20; e) 2; 2. **3.** a) <; b) >; c) <; d) >; e) <; f) =. **4.** 99; 97. **5.** a) 102; b) 111; c) 123; d) 106. **6.** 741; 147. **7.** 20; 25; 50; 52. **8.** 77; 75; 72; 57; 55; 52; 27; 25; 22. **9.** a) 245 190; 245 100; 245 000; 69 320; 69 300; 69 000; 137 250; 137 200; 137 000; b) 245 200; 245 200; 246 000; 69 330; 69 400; 70 000; 137 260; 137 300; 138 000; c) 245 200; 245 200; 245 000; 69 330; 69 300; 69 000; 137 250; 137 300; 137 000. **10.** 876. **11.** 102 şi 104. **12.** 72, 73 şi 74. **13.** a) 56 973; b) 1 836; c) 13 754; d) 10 725. **14.** 1 644; 8 725; 24 794. **15.** $c = 135$, $r = 3$ şi $948 = 7 \times 135 + 3$; $c = 179$, $r = 2$ şi $897 = 5 \times 179 + 2$; $c = 93$, $r = 4$ şi $562 = 93 \times 6 + 4$. **16.** $8 \times (30 + 20) = 8 \times 50 = 400$ şi $8 \times (30 + 20) = 8 \times 30 + 8 \times 20 = 240 + 160 = 400$; $24 \times 32 + 24 \times 18 - 24 \times 10 = 24(32 + 18 - 10) = 24 \times 40 = 960$ şi $24 \times 32 + 24 \times 18 - 24 \times 10 = 768 + 432 - 240 = 1\,200 - 240 = 960$. **17.** 608; 3 942; 7. **18.** a) 369; b) 4 499; c) 2 508; d) 390. **19.** a) 1 300; b) 30 060; c) 8 309; d) 39 877; e) 15; f) 3 366 501; g) 24; h) 21. **20.** a) 7 235, 7 253, 7 325, 7 352, 7 523, 7 532; 6 numere; b) $7\,235 < 7\,253 < 7\,325 < 7\,352 < 7\,523 < 7\,532$. **21.** 2 177. **22.** 3 978. **23.** 1 950. **24.** Alexandra 100 de lei şi Costin 70 de lei. **25.** Caietul costă 6 lei, cartea costă 36 de lei şi stiloul costă 48 de lei. **26.** Pentru cărţi 940 de lei şi pentru caiete 1 034 de lei. **27.** 106. **28.** 968. **29.** 520. **30.** I, V, L, VI, IV, LV, LI, LIV, LVI. **31.** a) XLIX, LXV, LXXXIV; b) CCCLVII, DLXVIII, CMLXXVI; c) MCCC, MMII, MMMXXV. **32.** 4 bancnote de 100 de lei sau 2 bancnote de 200 de lei. **33.** 1 119. **34.** 15 lei. **35.** 30 de lei. **36.** 12 000 şi 12 375. **37.** 18 fete şi 6 băieţi. **38.** a) 36 m; b) 34 m. **39.** $\overline{ab} = 84$. **40.** 7 şi 35. **41.** a) 75; b) 14. **42.** 17 048; 51 144; 4 262. **43.** 5 zile. **44.** 15 lei; 17 lei. **45.** 60 de meri; 40 de pruni; 70 de piersici. **46.** 250 garoafe albe şi 750 garoafe roşii. **47.** 5 ani fiul şi 30 de ani tatăl. **48.** 6 portocale. **49.** 120 de elevi de la ciclul primar şi 360 de elevi de la ciclul gimnazial. **50.** 24 de pachete şi, respectiv, 16 pachete. **51.** 37 de volume, 41 de volume şi 27 de volume. **52.** 160 mere şi 84 portocale. **53.** Primul are 20 de timbre; al doilea are 141 de timbre, iar al treilea are 27 de timbre. **54.** 468. **55.** 15 pagini. **56.** a) 13 min; b) 30 min; c) 14 400 s; d) 15 min; e) 420 min; f) 1 200 s; g) 2 zile; h) 45 min. **57.** 375 kl. **58.** 8 600; 17 200; 17 457. **59.** a) 610 dg; b) 560 g; c) 35 cg; d) 580 dag; e) 47 q; f) 449 hg; g) 45 t; h) 18 dg. **60.** a) 123; b) 621; c) 68. **61.** 2 elevi au primit nota 9 şi 10 elevi au primit nota 7. **62.** $a = 91$; $b = 204$; $c = 168$ şi a) 893; b) 513; c) 340. **63.** $a = 50$; $b = 5$; $c = 1$ şi $5 \cdot a + 4 \cdot b - 3 \cdot c + 33 = 300$. **64.** $D = 529$; $B = 1\,710$; $A = 6\,416$; $C = 7\,922$. **65.** a) $2(a + b) + 3(b + c) = 55$; b) $3(a + b) + 2(b + c) = 60$; c) $(a + b) + 7(b + c) = 77$. **66.** a) 10; b) 6; c) 7; d) 1 010. **67.** Adi avea 45 de lei, Alexandra 25 de lei, iar Andreea 30 de lei. Le-au rămas: Alexandrei 20 de lei; Andreei 26 de lei; lui Adi 40 de lei. **68.** 256 de pagini. **69.** 160 de probleme rezolvate de Andreea şi 280 de probleme rezolvate de Mihaela. **70.** a) LXIII; b) 28.

2. Recapitulare şi sistemarizare prin teste

Testul 1: I. 1. 100. **2.** 1 810. **3.** 75. **II. 1.** C. **2.** A. **3.** A. **III. 1.** A. **2.** A. **3.** F. **IV. 1.** → c). **2.** → a). **3.** → b). **V. 1.** $a = 18$, $b = 0$ şi $c = 126$. **2.** a) CCCLXV; b) MCDXLII; c) MCMLXXIV.

Testul 2: I. 1. 25. **2.** 987. **3.** 18. **II. 1.** D. **2.** B. **3.** A. **III. 1.** A. **2.** A. **3.** A. **IV. 1.** → d). **2.** → c). **3.** → a). **V. 1.** a) 960 m; b) 570 m; c) 504 m. **2.** a) 4 802 ℓ; b) 517 cg; c) 79 080 m.

Testul 3: I. 1. 16. **2.** 97. **3.** DCCXLVI. **II. 1.** D. **2.** B. **3.** A. **III. 1.** F. **2.** F. **3.** A. **IV. 1.** → d). **2.** → b). **3.** → c). **V. 1.** $a = 25$, $b = 5$, $c = 392$ şi $a + b + c = 422$. **2.** a) 90 ℓ; b) 2 700 m; c) 1 112 kg.

CAPITOLUL I. NUMERE NATURALE

Unitatea 1. NUMERE NATURALE

1. Scrierea şi citirea numerelor naturale

1. a) 203; b) 740; c) 9 009; d) 57 400; e) 3 000 000 400; f) 22 000 000 030. **2.** a) trei sute unu; cincisprezece mii şaptezeci; trei sute unu mii şapte; două milioane cinci sute zece; trei sute şaptezeci milioane cinci sute unu mii patru sute şapte; b) o sută patruzeci şi nouă de mii opt sute trei; patruzeci de mii şapte sute treizeci şi unu; patru sute cincizeci de milioane trezeci şi unu de mii douăzeci şi patru; două sute patru mii treizeci. **3.** a) 1 008; b) 11 078; c) 203 601; d) 1 062 305. **4.** a) 170; b) 9 687; c) 1 600. **5.** a) 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7; b) 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12; c) 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14; d) 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17. **6.** a) $1 \cdot 100 + 2 \cdot 10 + 7$; b) $2 \cdot 1\,000 + 1 \cdot 100 + 3 \cdot 10 + 7$; c) $5 \cdot 10 + 3$; d) $2 \cdot 10\,000 + 7 \cdot 1\,000 + 3 \cdot 100 + 8 \cdot 10 + 5$; e) $7 \cdot 100 + 5$; f) $2 \cdot 100 + 3 \cdot 10$; g) $2 \cdot 10\,000 + 3 \cdot 10 + 5$; h) $7 \cdot 100\,000 + 5 \cdot 1\,000 + 1 \cdot 100 + 2$. **7.** a) $100 \cdot a + 10 \cdot b + c$; b) $10 \cdot a + b$; c) $1\,000 \cdot a + 100 \cdot b + 10 \cdot c + d$; d) $100 \cdot a + 10 \cdot a + b$; e) $1\,000 \cdot a + 100 \cdot a + 10 \cdot a + a$; f) $100 \cdot a + b$; g) $10\,000 \cdot a + 1\,000 \cdot b + 10 \cdot c + d$; h) $100\,000 \cdot a + 10\,000 \cdot a + 1\,000 \cdot b + 10 \cdot c$. **8.** a) 37; b) 523; c) 5 271; d) 40 520. **9.** a) 2 571; b) 35 753; c) 30 530 057. **10.** a) $\overline{abc}$; b) $\overline{abcd}$; c) $\overline{aaa}$; d) $\overline{a0bc}$; e) $\overline{ababc}$; f) $\overline{ab00}$; g) $\overline{a0bc}$; h) $\overline{ab0c0}$ **11.** a) $\overline{aabc}$; b) $\overline{a72b}$. **12.** XXXVII, XLII, DCCXXXV, MCMXCII, MMI, MMMDCCLVII. **13.** 104, 475, 938, 1 998. **14.** 27, 46, 14, 22, 60, 1900, 109, 620, 1904, 48, 10 000, 90 000, 50 000, 40 000, 95 000. **15.** a) XXXVII; b) CXLV; c) MMDCCLXIX; d) CMLVII; e) MM. **16.** a) 14; b) 27; c) 1 786; d) 1 960. **17.** a) 174, 147, 741, 714, 417, 471; b) 509, 590, 905, 950. **18.** a) 100; b) 102; c) 110; d) 11 102. **19.** a) 99; b) 999; c) 987; d) 9 988. **20.** 2 100 şi 9 188. **21.** 5 056, 4 156, 1 456, 3 256, 2 356. **22.** a) 1 234, 2 345, 3 456, 4 567, 5 678, 6 789; b) 9 876, 8 765, 7 654, 6 543, 5 432, 4 321, 3 210. **23.** 25. **24.** a) 135; b) 579. **25.** 123, 234, 345, 456, 567, 678, 789. **26.** a) 27, 72, 20, 70; b) 11, 44, 99, 14, 19, 49, 41, 91, 94. **27.** a) 11; 22; 33; …; 99; b) 777. **28.** a) $x = 2$; b) $x = 4$. **29.** $a = 6$. **30.** $a = 3$. **31.** 56; 57. **32.** 48, 36, 24, 12. **33.** 1 998. **34.** Toate sunt adevărate. **35.** 10; 14; 23; 32; 41; 50. **36.** $a = 1$; $b = 9$; $c = 8$. **37.** 10 numere; 90 de numere. **38.** a) VII + IX = XVI; b) XI – V = VI; c) CC + XI = CCXI; d) CCX + I = CCXI; e) MI + IX = MX; f) XL – XXV = XIV + I. **39.** 132, 231, 143, 341. **40.** 4 013, 4 031, 1 304, 1 340, 3 104, 3 140. **41.** 1 236, 1 326, 2 316, 2 136, 3 126, 3 216.

42. 444, 555, 666, 777, 888. **43.**

a	5	6	4	7	3	8	9	2
b	6	5	7	4	8	3	2	9
$\overline{ab57}$	5 657	6 557	4 757	7 457	3 857	8 357	9 257	2 957

44. $a + b = 7$ şi se rezolvă analog cu exerciţiul 43. **45.** Analog exerciţiul 43. **46.** a) 15, 19, 23; b) 79; c) 2 013. **47.** a) 89; b) 18; c) 24. **48.** a) 2, 5, 8, 11, 14; b) $a_{17} = 50$, $a_{1017} = 3\,050$, $a_{2017} = 6\,050$;

Unitatea 2. OPERAŢII CU FRACŢII ORDINARE

1. Adunarea şi scăderea fracţiilor ordinare

1. a) 1; b) 2; c) $\frac{1}{2}$; d) 1. **2.** a) 1; b) $\frac{1}{2}$; c) $\frac{1}{13}$; d) 2. **3.** a) 1; b) $\frac{1}{7}$; c) 1; d) $\frac{1}{7}$; e) $\frac{1}{2}$; f) $\frac{2}{371}$. **4.** a) a; b) $2a$; c) x; d) b; e) y; f) 0. **7.** a) 1; b) 1. **8.** a) $\frac{4}{11}+\frac{3}{11}=\frac{1}{11}+\frac{6}{11}=\ldots$; b) $\frac{1}{9}+\frac{4}{9}=\frac{2}{9}+\frac{3}{9}=\ldots$; c) $\frac{24}{17}=\frac{7}{17}+\frac{17}{17}=\ldots$; d) $\frac{6a}{23}=\frac{a}{23}+\frac{5a}{23}=\ldots$; e) $\frac{2a+5}{5a}=\frac{a}{5a}+\frac{a+5}{5a}=\ldots$; f) $\frac{a+9}{a+1}=$ $=\frac{a}{a+1}+\frac{9}{a+1}=\ldots$. **9.** a) $\frac{6}{3}$; b) $\frac{30}{29}$. **10.** a) $\frac{5}{6}=\frac{1}{6}+\frac{4}{6}=\frac{2}{6}+\frac{3}{6}=\frac{0}{6}+\frac{5}{6}$ şi analog pentru celelalte; b) $\frac{5}{6}=\frac{7}{6}-\frac{2}{6}=\frac{8}{6}-\frac{3}{6}=\frac{9}{6}-\frac{4}{6}$ şi analog şi pentru celelalte. **11.** a) 1; b) 1. **12.** a) 1; b) $\frac{174}{435}$; c) 2. **13.** a) 1; b) $\frac{908}{537}$; c) $\frac{17}{537}$. **16.** a) $\frac{99}{2010}$; b) $\frac{59}{2010}$; c) $\frac{45}{2010}$; d) $\frac{5}{2010}$. **17.** $\frac{8}{17}$. **19.** a) 1; b) 10.

21. a) $\frac{1}{7}+\frac{11}{77}^{(11}+\frac{111}{777}^{(111}+\frac{1111}{7777}^{(1111}+\ldots+\frac{1111111}{7777777}^{(1111111}=\frac{1}{7}+\frac{1}{7}+\frac{1}{7}+\frac{1}{7}+\frac{1}{7}+\frac{1}{7}+\frac{1}{7}=\frac{7}{7}=1$;

b) $\frac{57}{75}^{(3}+\frac{5757}{7575}^{(303}+\frac{575757}{757575}^{(30303}+\frac{57575757}{75757575}^{(3030303}+\frac{5757575757}{7575757575}^{(303030303}=\frac{19}{25}+\frac{19}{25}+\frac{19}{25}+\frac{19}{25}+$ $+\frac{19}{25}=\frac{95}{25}=\frac{19}{5}=3\frac{4}{5}$. **22.** a) $x=\frac{1}{5}+\frac{2}{10}^{(2}+\frac{3}{15}^{(3}+\frac{4}{20}^{(4}+\ldots+\frac{2014}{10070}^{(2014}+\frac{2015}{10075}^{(2015}=$ $=\underbrace{\frac{1}{5}+\frac{1}{5}+\frac{1}{5}+\frac{1}{5}+\ldots+\frac{1}{5}+\frac{1}{5}}_{2015}=\frac{2015}{5}=403$; $y=\frac{3}{5}+\frac{6}{10}^{(2}+\frac{9}{15}^{(3}+\frac{12}{20}^{(4}+\ldots+\frac{6042}{10070}^{(2014}+\frac{6045}{10075}^{(2015}=$ $=\underbrace{\frac{3}{5}+\frac{3}{5}+\frac{3}{5}+\frac{3}{5}+\ldots+\frac{3}{5}+\frac{3}{5}}_{2015}=\frac{2015\cdot 3}{5}=\frac{6045}{5}=1\ 209$; b) $2x+y=2\cdot 403+1\ 209=806+1\ 209=$ $=2\ 015\in\mathbb{N}$. **23.** $a=\frac{17}{73}+\frac{1717}{7373}^{(101}+\frac{171717}{737373}^{(10101}+\ldots+\frac{1717\ldots17}{\underbrace{7373\ldots73}_{2482}}^{(1010\ldots101}=\underbrace{\frac{17}{73}+\frac{17}{73}+\frac{17}{73}+\ldots+\frac{17}{73}}_{1241}=$ $=\frac{1241\cdot 17}{73}^{(73}=17\cdot 17=17^2$ – pătrat perfect. **24.** a) $\frac{1}{2023}+\frac{2}{2023}+\frac{3}{2023}+\ldots+\frac{2022}{2023}=$ $=\frac{1+2+3+\ldots+2022}{2023}=\frac{\frac{2022\cdot 2023}{2}}{2023}=\frac{2022\cdot 2023}{2\cdot 2023}=1\ 011$; b) $\frac{1}{2025}+\frac{2}{2025}+\frac{3}{2025}+\frac{4}{2025}+\ldots+$ $+\frac{2023}{2025}+\frac{2024}{2025}=\frac{1+2+3+4+\ldots+2023+2024}{2025}=\frac{\frac{2024\cdot 2025}{2}}{2025}=\frac{2024\cdot 2025}{2\cdot 2025}=1\ 012$.

25. a) $1000+\frac{1}{1000}+\frac{2}{1000}+\frac{3}{1000}+\ldots+\frac{999}{1000}=1000+\frac{1+2+3+\ldots+999}{1000}=1000+\frac{\frac{999\cdot 1000}{2}}{1000}=$

Cuprins