Acest auxiliar didactic este aprobat pentru utilizarea în unităţile de învăţământ preuniversitar prin O.M.E. nr. 5358/01.09.2022.

Lucrarea este elaborată în conformitate cu Programa şcolară în vigoare pentru clasa a V-a, aprobată prin O.M.E.N. nr. 3393/28.02.2017.

Redactare: Andreea Roşca
Tehnoredactare: Carmen Rădulescu
Pregătire de tipar: Marius Badea
Design copertă: Mirona Pintilie

Descrierea CIP a Bibliotecii Naționale a României
Matematică : aritmetică, geometrie : clasa a V-a / Gheorghe Iurea, Adrian Zanoschi, Gabriel Popa, ... - Ed. a 3-a. - Pitești : Paralela 45, 2023
ISBN 978-973-47-3924-0

I. Iurea, Gheorghe
II. Zanoschi, Adrian
III. Popa, Gabriel

51

COMENZI – CARTEA PRIN POŞTĂ
EDITURA PARALELA 45
Bulevardul Republicii, nr. 148, Clădirea C1, etaj 4, Piteşti, jud. Argeş, cod 110177
Tel.: 0248 633 130; 0753 040 444; 0721 247 918
Tel./fax: 0248 214 533; 0248 631 439; 0248 631 492
E-mail: comenzi@edituraparalela45.ro

www.edituraparalela45.ro

Tiparul executat la tipografia *Editurii Paralela 45*
E-mail: tipografie@edituraparalela45.ro

Gheorghe IUREA
Adrian ZANOSCHI
Gabriel POPA
Gabriela ZANOSCHI
Ioana ANTON

matematică

aritmetică
geometrie

clasa a V-a

ediția a III-a

mate 2000 – standard

Editura Paralela 45

TESTE INIŢIALE

Se acordă 1 punct din oficiu. Timp de lucru: 50 de minute.

TESTUL 1

(2p) **1.** Calculaţi: $100 + 36 : 9 \cdot 4 - 108$.

(2p) **2.** Zece caiete de acelaşi fel costă 40 de lei. Aflaţi câţi lei costă cinci dintre aceste caiete.

(1p) **3.** Calculaţi perimetrul unui dreptunghi, ştiind că lăţimea sa este de 10 cm, iar lungimea sa este de două ori mai mare decât lăţimea.

(1p) **4.** Calculaţi suma tuturor numerelor naturale de două cifre care au cifra zecilor cu 7 mai mică decât cifra unităţilor.

(1p) **5.** În fiecare zi dintr-o săptămână, temperatura medie a crescut cu 2°C faţă de ziua precedentă, iar luni temperatura medie a fost de 6°C. Aflaţi temperatura medie în ziua de duminică a respectivei săptămâni.

(1p) **6.** Ioana are două cutii, fiecare cu câte 12 biscuiţi. Ea împarte, în mod egal, toţi biscuiţii cu cele două surori ale sale. Cu câţi biscuiţi rămâne ea?

(1p) **7.** Un vas plin cu zahăr cântăreşte 450 de grame. Dacă se scoate jumătate din cantitatea de zahăr, vasul şi zahărul rămas cântăresc 250 de grame. Aflaţi câte grame cântăreşte vasul gol.

TESTUL 2

(2p) **1.** Calculaţi: $250 - 20 : (13 \cdot 9 + 3 - 118)$.

(2p) **2.** Sfertul jumătăţii unui număr natural este 74. Aflaţi numărul.

(1p) **3.** Găsiţi cel mai mic număr natural cu suma cifrelor egală cu 10.

(1p) **4.** Bunica lui Mihai a început un tratament în care trebuie să ia, în total, 18 pastile, câte una la fiecare 8 ore. Mihai a socotit că tratamentul va dura exact 6 zile. A calculat el corect durata tratamentului?

(1p) **5.** Andrei avea, la un moment dat, 100 de timbre în colecţia lui. Aflaţi câte timbre va avea el, după ce primeşte de la mama sa 25 de timbre şi de la tatăl său triplul numărului de timbre pe care i le-a dat mama.

(1p) **6.** Aflaţi câţi lei costă 1 kilogram de pere, ştiind că 2 kilograme de mere şi 1 kilogram de pere costă împreună 15 lei, iar 3 kilograme de mere şi 2 kilograme de pere costă, în total, 26 de lei.

CAPITOLUL I
OPERAŢII CU NUMERE NATURALE

I.1. Scrierea şi citirea numerelor naturale

• Numerele naturale **se scriu** ca o succesiune de unul sau mai multe simboluri numite **cifre arabe**: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9.

O cifră se poate repeta în scrierea unui număr natural, iar prima cifră a oricărui număr natural de cel puţin două cifre este întotdeauna nenulă.

• Acest mod de scriere a unui număr natural se numeşte **sistem zecimal** (sau **scriere în baza zece**), deoarece sunt folosite 10 cifre, iar 10 unităţi de un anumit ordin formează o unitate de ordin imediat superior.

• Scrierea numerelor naturale în baza zece este una poziţională, întrucât valoarea unei cifre depinde de poziţia ocupată de aceasta.

• Pentru un număr de două cifre folosim notaţia $\overline{ab}$, unde a şi b reprezintă cifre în sistem zecimal, cu $a \neq 0$. Descompunerea numărului $\overline{ab}$ în baza 10 este:

$$\overline{ab} = 10 \cdot a + b.$$

• Pentru un număr de trei cifre folosim notaţia $\overline{abc}$, unde a, b şi c reprezintă cifre în sistem zecimal, cu $a \neq 0$. Descompunerea numărului $\overline{abc}$ în baza 10 este:

$$\overline{abc} = 100 \cdot a + 10 \cdot b + c.$$

Similar se procedează cu numere de patru sau mai multe cifre.

• Pentru a **citi** un număr natural scris în baza zece, grupăm cifrele numărului respectiv câte trei, de la dreapta la stânga; grupele formate se numesc **clase**. Fiecare clasă este compusă din unităţi, zeci şi sute (de la dreapta la stânga). Denumirile claselor, de la dreapta la stânga, sunt: clasa unităţilor, clasa miilor, clasa milioanelor, clasa miliardelor etc. De exemplu, numărul 257 340 198 se citeşte „două sute cincizeci şi şapte de milioane trei sute patruzeci de mii o sută nouăzeci şi opt”, iar tabelul de mai jos evidenţiază poziţia şi denumirea fiecărei cifre.

clasa milioanelor			**clasa miilor**			**clasa unităţilor**		
sute	zeci	unităţi	sute	zeci	unităţi	sute	zeci	unităţi
2	5	7	3	4	0	1	9	8

PROBLEME REZOLVATE

1. Răsturnatul numărului natural $\overline{abcd}$, cu $d \neq 0$, este numărul natural $\overline{dcba}$. Aflaţi toate numerele naturale de patru cifre, ştiind că fiecare număr este egal cu răsturnatul său şi suma cifrelor sale este egală cu 6.

Soluţie: Căutăm numerele naturale $\overline{abcd}$ cu $\overline{abcd} = \overline{dcba}$, de unde $a = d$ şi $b = c$. În plus, numerele $\overline{abba}$ au proprietatea că $a + b + b + a = 6$, deci $a + b = 3$. Soluţiile problemei sunt: 1221, 2112 şi 3003.

2. Aflaţi toate numerele naturale de cinci cifre, scrise în baza zece, care au:
- cifra unităţilor cu 3 mai mare decât cifra zecilor;
- cifra miilor egală cu cea mai mare cifră pară;
- cifra sutelor cu 2 mai mică decât cifra unităţilor;
- produsul cifrelor egal cu 0;
- toate cifrele diferite între ele.

Soluţie: Căutăm numerele naturale de forma $\overline{a8bcd}$, cu $d = c + 3$, $b = d - 2$, şi $a \cdot 8 \cdot b \cdot c \cdot d = 0$. Cum $b = c + 1$ şi $d = c + 3$, deducem că $b \neq 0$ şi $d \neq 0$. De asemenea, $a \neq 0$ (cifra de pe prima poziţie), deci este necesar ca $c = 0$, de unde $b = 1$, $d = 3$, iar a poate lua oricare dintre valorile 2, 4, 5, 6, 7, 9. Numerele căutate sunt: 28103, 48103, 58103, 68103, 78103 şi 98103.

PROBLEME PROPUSE

1. Scrieţi, în baza zece, numerele următoare:
a) douăzeci şi patru; b) nouăsprezece;
c) patru sute cinci; d) opt sute şaisprezece;
e) trei sute treizeci şi trei; f) o mie patru;
g) cinci mii opt sute zece; h) şapte mii trei sute patruzeci şi opt.

2. Scrieţi, în baza zece, numerele următoare:
a) treizeci de mii patru sute treisprezece;
b) cincisprezece mii două sute patruzeci şi trei;
c) şase sute opt mii opt sute şase;
d) patru milioane şase sute şapte mii;
e) treisprezece milioane nouă sute şase mii o sută doi;
f) nouă sute de milioane nouă sute nouă.

3. Citiţi numerele naturale de mai jos:
a) 7; b) 19; c) 43; d) 109; e) 310; f) 925.

4. Citiţi următoarele numere naturale:
a) 1307; b) 93 002; c) 27 413; d) 123 321; e) 4 309 005; f) 28 008 200.

5. Aflaţi toate numerele naturale de două cifre, având cifra unităţilor egală cu dublul cifrei zecilor.

RECAPITULARE ŞI SISTEMATIZARE PRIN TESTE

Se acordă 1 punct din oficiu. Timp de lucru: 50 de minute.

TESTUL 1

(3p) **1.** Calculaţi:

a) $14 : 2 + 3 \cdot 21 - 10 \cdot 7$; **b)** $70 : (11 + 8 \cdot 3)$;

c) $31 \cdot 5 + 31 \cdot 7 + 31 \cdot 49 - 31 \cdot 60$; **d)** $4343 : 43 \cdot 2$.

(1p) **2.** Aflaţi numărul natural nenul x cu proprietatea că $13 \cdot 12 + 432 : x = 183$.

(1p) **3.** Dacă $a + b = 12$ şi $b + c = 20$, calculaţi $3a + 7b + 4c$.

(1p) **4.** Rotunjiţi la sute cel mai mic număr natural cu suma cifrelor egală cu 22.

(1p) **5.** Pentru scrierea numerelor folosite la paginarea unei cărţi s-au folosit 714 cifre. Aflaţi câte pagini are cartea.

(1p) **6.** Determinaţi numărul natural n, dacă $2 + 4 + 6 + \ldots + 88 + 7 \cdot n = 2057$.

(1p) **7.** Determinaţi numărul natural $\overline{abc}$ care împărţit la 5 dă câtul $\overline{bc}$ şi restul a.

TESTUL 2

(2p) **1. a)** Scrieţi cel mai mic număr natural format din patru cifre distincte, cu cifra zecilor 1.

b) Scrieţi cel mai mare număr de patru cifre, cu cifra sutelor 3.

c) Scrieţi cel mai mic număr natural de cinci cifre diferite, având produsul cifrelor egal cu 0.

(1p) **2.** Calculaţi:

a) $(22 \cdot 21 - 21 \cdot 20) : 6$; **b)** $25 \cdot 9 + 13 \cdot 14 - 150$.

(2p) **3.** Comparaţi numerele naturale:

a) $a = 2021 - (2020 - 1)$ şi $b = 2021 - 2020 - 1$;

b) $x = 7 + 9 + 11 + \ldots + 209$ şi $y = \underbrace{102 + 102 + \ldots + 102}_{108 \text{ termeni}}$.

(1p) **4.** Suma dintre un număr natural şi răsturnatul său este egală cu 323. Aflaţi aproximarea la zeci prin lipsă a diferenţei dintre numărul dat şi răsturnatul său.

(1p) **5.** Calculaţi $\overline{abcabc} : \overline{abc} - \overline{abab} : \overline{ab} + 9 \cdot \overline{aa} : a$.

(1p) **6.** Diferenţa a două numere naturale este egală cu 147. Împărţind numărul mai mare la numărul mai mic obţinem câtul 15 şi restul 7. Aflaţi cele două numere.

(1p) **7.** Aflaţi restul împărţirii numărului natural $a = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \ldots \cdot 37 + 200$ la 45.

CAPITOLUL III
DIVIZIBILITATEA NUMERELOR NATURALE

III.1. Divizor. Multiplu. Divizori comuni. Multipli comuni

1. Fie a şi b două numere naturale. Spunem că **a este divizibil cu b** sau că **b îl divide pe a** dacă există un număr natural c, astfel încât $a = b \cdot c$. În acest caz, notăm $b \mid a$ (b divide pe a) sau $a \,\vdots\, b$ (a este divizibil cu b).

Dacă a este divizibil cu b, spunem că a este un **multiplu** al lui b, iar b este un **divizor** al lui a.

Dacă b este diferit de 0, atunci a este divizibil cu b dacă şi numai dacă restul împărţirii lui a la b este 0 (a se împarte exact la b).

Dacă a nu este divizibil cu b, notăm $b \nmid a$ sau $a \not\vdots\, b$.

Exemple: $2 \mid 12$, $3 \mid 63$, $13 \mid 39$, $29 \mid 0$, $0 \nmid 14$, $15 \nmid 35$.

2. Singurul număr natural care are o infinitate de divizori este 0 şi singurul număr natural care are un singur divizor este 1.

3. Orice număr natural diferit de 1 are cel puţin doi divizori: 1 şi numărul însuşi. Aceştia se numesc **divizorii improprii** ai numărului, iar ceilalţi divizori, dacă există, se numesc **divizori proprii**.

Exemple: 1 şi 18 sunt divizorii improprii, iar 2, 3, 6 şi 9 sunt divizorii proprii ai numărului 18.

4. Considerăm numerele naturale 12 şi 18.

Divizorii lui 12 sunt: 1, 2, 3, 4, 6 şi 12, iar divizorii lui 18 sunt: 1, 2, 3, 6, 9 şi 18.

Divizorii comuni ai numerelor 12 şi 18 sunt: 1, 2, 3 şi 6. Observăm că toţi aceşti divizori comuni sunt divizorii celui mai mare dintre ei, adică ai lui 6.

Multiplii lui 12 sunt: 0, 12, 24, 36, 48, 60, 72, 84, …, iar multiplii lui 18 sunt: 0, 18, 36, 54, 72, 90, … .

Multiplii comuni ai numerelor 12 şi 18 sunt: 0, 36, 72, 108, 144, … . Există o infinitate de multipli comuni, dar toţi sunt multiplii celui mai mic dintre ei care este diferit de 0, adică ai lui 36.

Probleme rezolvate

1. Arătaţi că, pentru orice număr natural n, $n \geq 3$, numărul $a = 2 \cdot 5^{n+1} + 3 \cdot 5^{n+5} + 5^{n-3} \cdot 5^4$ este divizibil cu 313.

Soluţie: Deoarece $a = 2 \cdot 5^{n+1} + 3 \cdot 5^{n+5} + 5^{n+1} = 5^{n+1}(2 + 3 \cdot 5^4 + 1) = 5^{n+1} \cdot 1878 = 5^{n+1} \cdot 313 \cdot 6$, rezultă că a este divizibil cu 313.

2. Trei autobuze pleacă la ora 7 din garaj şi se întorc astfel: primul peste 2 ore şi 10 minute şi pleacă din nou pe traseu peste 20 de minute, al doilea se întoarce după 1 oră şi 48 de minute şi pleacă din nou peste 12 minute, iar al treilea vine peste 1 oră şi 36 de minute şi pleacă din nou peste 4 minute. Care este următoarea oră la care cele trei autobuze vor pleca din nou în acelaşi timp din garaj?
Soluţie: Cele trei autobuze pleacă din garaj astfel: primul din 150 în 150 de minute, al doilea din 120 în 120 de minute, iar al treilea din 100 în 100 de minute. Dacă cele trei autobuze pleacă din nou împreună din garaj după x minute (de la ora 7), atunci x este un multiplu comun al numerelor 150, 120 şi 100, deci x poate fi 600, 1200 etc. Deci, următoarea oră la care cele trei autobuze vor pleca din nou în acelaşi timp este ora 17 $(7 + 10)$.

PROBLEME PROPUSE

1. Arătaţi că:
a) 46 se divide cu 2;
b) 1659 se divide cu 7;
c) 5151 se divide cu 17;
d) 1991 se divide cu 11;
e) 95 nu se divide cu 3;
f) 2297 nu se divide cu 28.

2. Arătaţi că:
a) 54 este un divizor al numărului 1566;
b) 1692 este un multiplu al numărului 47;
c) 31 nu este un divizor al numărului 962;
d) 245 nu este un multiplu al numărului 15.

3. Arătaţi că:
a) $18 \mid 3060$;
b) $308 \vdots 77$;
c) 35 divide pe 630;
d) 2285 se divide cu 457;
e) 97 este un divizor al numărului 4656;
f) 140 este un multiplu al numărului 28.

4. Scrieţi toţi divizorii următoarelor numere naturale:
a) 13; b) 18; c) 24; d) 36.

5. Scrieţi toate numerele naturale nenule mai mici decât 100 care îndeplinesc proprietatea:
a) se divid cu 12;
b) se divid cu 18;
c) se divid cu 18, dar nu se divid cu 12;
d) se divid cu 12, dar nu se divid cu 18;
e) se divid cu 12 sau se divid cu 18;
f) se divid cu 12 şi cu 18.

6. Determinaţi toate numerele naturale divizibile cu 53, cuprinse între 300 şi 500.

7. Câte numere de două cifre sunt divizibile cu 12? Calculaţi suma acestor numere.

8. a) Scrieţi toţi multiplii numărului 13 care sunt mai mici decât 65.
b) Scrieţi toţi multiplii numărului 17 care sunt cel puţin egali cu 85 şi cel mult egali cu 170.

CAPITOLUL IV
FRACŢII ORDINARE

IV.1. Fracţii ordinare. Fracţii subunitare, echiunitare, supraunitare. Procente

• Se numeşte **unitate fracţionară** o parte dintr-un întreg care a fost împărţit în părţi de mărimi egale.

• Se numeşte **fracţie** sau **raport** una sau mai multe unităţi fracţionare.

• Notăm fracţia:

$\frac{a}{b}$
- a → **numărător** (indică numărul de unităţi fracţionare)
- — → **linie de fracţie**
- b → **numitor** (indică în câte părţi de mărimi egale a fost divizat întregul)

• Se numeşte **raport procentual** sau **procent** fracţia $\frac{p}{100}$, care se scrie şi sub forma $p\%$ (p la sută).

• Clasificarea fracţiilor:

– fracţie subunitară (numărător < numitor); exemple: $\frac{2}{3}, \frac{7}{9}$;

– fracţie echiunitară (numărător = numitor); exemple: $\frac{4}{4}, \frac{8}{8}$;

– fracţie supraunitară (numărător > numitor); exemple: $\frac{11}{5}, \frac{29}{6}$.

Probleme rezolvate

1. Scrieţi fracţiile de forma $\frac{\overline{a1}}{\overline{b7}}$, unde $\overline{a1}$ este un număr natural pătrat perfect, iar $\overline{b7}$ este un număr prim de două cifre.

Soluţie: $\overline{a1} = 81$, $\overline{b7}$ poate lua valorile 17, 37, 47, 67, 97.

Sunt cinci fracţii: $\frac{81}{17}, \frac{81}{37}, \frac{81}{47}, \frac{81}{67}, \frac{81}{97}$.

2. Fie şirul de fracţii $\frac{1}{999}, \frac{2}{998}, \frac{3}{997}, \ldots, \frac{999}{1}$.

a) Câte fracţii sunt în şir?

b) Care este numărul fracţiilor subunitare?

c) Conţine acest şir fracţii echiunitare?

d) Câte fracţii supraunitare sunt?

Soluţie: a) 999 de fracţii (regula este ca suma dintre numărător şi numitor să fie 1000).

b) Sunt 499 de fracţii subunitare: $\frac{1}{999}, \frac{2}{998}, ..., \frac{499}{501}$.

c) Da, $\frac{500}{500}$.

d) $499 = 999 - (499 + 1)$ fracţii supraunitare.

PROBLEME PROPUSE

1. Se consideră fracţiile $\frac{1}{8}, \frac{2}{15}, \frac{6}{14}, \frac{12}{8}, \frac{9}{7}, \frac{5}{3}, \frac{3}{5}, \frac{14}{14}, \frac{11}{15}$.

a) Scrieţi fracţiile cu numitorul 8.

b) Scrieţi fracţiile care au numărătorul un multiplu al lui 3.

c) Scrieţi fracţiile care au numărătorul şi numitorul prime între ele.

2. Considerăm fracţiile $\frac{2}{3}, \frac{3}{2}, \frac{5}{4}, \frac{6}{6}$.

a) Precizaţi numărătorul şi numitorul fiecărei fracţii.

b) Reprezentaţi fracţiile, considerând întregul un segment cu lungimea de 6 cm.

3. Considerăm un pătrat cu latura de 4 cm. Coloraţi cu albastru $\frac{5}{16}$ din el şi cu gri $\frac{4}{16}$ din el. Ce fracţie reprezintă suprafaţa necolorată?

4. a) Scrieţi trei fracţii care au numărătorul egal cu 5.

b) Scrieţi trei fracţii care au numitorul egal cu 8.

c) Scrieţi trei fracţii care au numărătorul un divizor al lui 18, iar numitorul un multiplu de 5.

5. Câte doimi au:

a) un întreg; b) doi întregi; c) o sută de întregi?

6. a) Câte optimi au 8 întregi?

b) Câte treimi au 5 întregi?

c) Câte cincimi au 3 întregi?

7. Câţi întregi sunt în:

a) 50 doimi; b) 35 şeptimi; c) 40 cincimi;

d) 100 zecimi; e) 12 treimi; f) 1000 sferturi?

8. Scrieţi ca procente următoarele fracţii:

a) $\frac{8}{100}$; b) $\frac{23}{100}$; c) $\frac{11}{100}$; d) $\frac{143}{100}$; e) $\frac{180}{100}$; f) $\frac{200}{100}$.

9. Scrieţi ca fracţii următoarele procente:

a) 2%; b) 50%; c) 10%; d) 20%; e) 100%; f) 150%.

IV.8. Fracţii sau procente dintr-un număr natural sau dintr-o fracţie ordinară

- Calculăm o fracţie dintr-un număr natural înmulţind fracţia cu numărul natural.

$$\boxed{\frac{a}{b} \text{ din } n = \frac{a}{b} \cdot n = \frac{a \cdot n}{b},\ b \neq 0.}$$

Exemplu: $\frac{5}{6}$ din $120 = \frac{5}{\cancel{6}} \cdot \overset{20}{\cancel{120}} = 100.$

- Calculăm o fracţie dintr-o fracţie înmulţind cele două fracţii.

$$\boxed{\frac{x}{y} \text{ din } \frac{a}{b} = \frac{x}{y} \cdot \frac{a}{b} = \frac{x \cdot a}{y \cdot b},\ y \neq 0,\ b \neq 0.}$$

Exemplu: $\frac{2}{3}$ din $\frac{600}{8} = \frac{\overset{\overset{50}{\cancel{400}}}{\cancel{1200}}}{\cancel{3} \cdot \cancel{8}} = 50$.

- Calculăm un procent dintr-un număr natural sau dintr-o fracţie înmulţind procentul (scris sub forma $\frac{p}{100}$) cu numărul natural respectiv sau cu fracţia dată.

$$\boxed{p\% \text{ din } n = \frac{p}{100} \cdot n = \frac{p \cdot n}{100}} \quad \text{şi} \quad \boxed{p\% \text{ din } \frac{x}{y} = \frac{p}{100} \cdot \frac{x}{y} = \frac{p \cdot x}{100 \cdot y},\ y \neq 0.}$$

Exemplu: 20% din $\frac{9}{500} = \frac{\overset{4}{\cancel{20}}}{100} \cdot \frac{9}{\underset{100}{\cancel{500}}} = \frac{36}{10000}$.

Probleme rezolvate

1. Într-o clasă sunt 21 de băieţi. Determinaţi numărul elevilor din clasă, ştiind că fetele reprezintă $\frac{1}{4}$ din numărul tuturor elevilor.

Soluţie: Dacă dintre elevi un sfert sunt fete, deducem că $\frac{3}{4}$ sunt băieţi, respectiv 21. Deci numărul elevilor din clasă este 28.

2. În tabelul de mai jos sunt înregistrate vânzările unui aprozar în ziua de luni:

	Roşii	**Ardei**	**Banane**	**Mere**
Cantitatea iniţială	400 kg	100 kg	50 kg	800 kg
Procentul de vânzare	70%	80%	50%	40%

Cea mai mare cantitate vândută a fost de:

a) roşii; b) ardei; c) banane; d) mere.

Soluţie: d) mere; 320 kg = 40% · 800 kg.

3. Suma a două numere este 320, iar 70% din unul dintre numere este egal cu 90% din cel de-al doilea număr. Determinaţi cele două numere.

Soluţie: $x + y = 320$; $\frac{70}{100} \cdot x = \frac{90}{100} y$, de unde deducem $7x = 9y$, dar $9x + 9y = 2880$, deci $x = \frac{2880}{16} =$ 180, iar $y = 140$.

PROBLEME PROPUSE

1. Calculaţi:

a) $\frac{5}{6}$ din 300; b) $\frac{2}{3}$ din 600; c) $\frac{4}{7}$ din 1400;

d) $\frac{3}{8}$ din 120; e) $\frac{3}{4}$ din 100; f) $\frac{11}{20}$ din 1000.

2. Determinaţi:

a) $\frac{3}{4}$ din $\frac{200}{81}$; b) $\frac{5}{9}$ din $\frac{243}{600}$; c) $\frac{11}{7}$ din $\frac{343}{121}$;

d) $\frac{3}{2}$ din $\frac{14}{81}$; e) $\frac{9}{5}$ din $\frac{800}{81}$; f) $\frac{5}{4}$ din $\frac{100}{15}$.

3. Determinaţi 5% din:

a) 4800 kg; b) 2000 m; c) 500 lei;

d) 720 km; e) 80 ha; f) 9000 ℓ.

4. Micşoraţi 20 km cu:

a) $\frac{1}{5}$ din el; b) 30% din el; c) 25% din el;

d) $\frac{2}{3}$ din el; e) 40% din el; f) 80% din el.

5. Măriţi:

a) suma de 300 lei cu 20% din sumă;

b) cantitatea de 120 kg cu 80% din cantitate;

c) distanţa de 340 km cu 10% din distanţă;

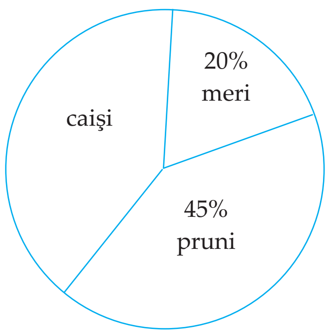
d) cantitatea de 180 ℓ cu 20% din cantitate;

e) durata de timp de 5 ore cu 20% din durata de timp.

6. În diagrama alăturată este reprezentată distribuţia a 300 de pomi fructiferi: meri, pruni şi caişi dintr-o livadă. Conform diagramei, numărul caişilor din livadă este egal cu:

a) 60; b) 135;

c) 105; d) 195.



CAPITOLUL V
FRACŢII ZECIMALE

V.1. FRACŢII ZECIMALE FINITE

I. Pentru fracţiile ordinare de forma $\frac{1}{10^n}$, $n \geq 1$, se foloseşte în mod uzual **scrierea poziţională cu virgulă**. Astfel:

- $\frac{1}{10}$, *o zecime*, se scrie sub forma 0,1;
- $\frac{1}{100}$, *o sutime*, se scrie sub forma 0,01;
- $\frac{1}{1000}$, *o miime*, se scrie sub forma 0,001 etc.

În general, $\frac{1}{10^n} = 0,\underbrace{000...0}_{n-1 \text{ zerouri}}1$.

II. Orice fracţie ordinară care are drept numitor o putere a lui 10 se poate scrie ca **fracţie zecimală** (**număr zecimal**) folosind scrierea poziţională cu virgulă:

$$\frac{321}{100} = \frac{300}{100} + \frac{20}{100} + \frac{1}{100} = 3 + \frac{2}{10} + \frac{1}{100} = 3{,}21$$

cifra unităţilor   cifra zecimilor   cifra sutimilor

$$\frac{101}{1000} = \frac{100}{1000} + \frac{1}{1000} = \frac{1}{10} + \frac{1}{1000} = 0{,}101$$

cifra zecimilor   cifra sutimilor   cifra miimilor

III. Dacă $\overline{n,abc}$ este o fracţie zecimală, unde n este un număr natural, iar a, b, c sunt cifre, atunci n se numeşte **partea întreagă**, iar $\overline{0,abc}$ se numeşte **partea zecimală.**

Vom lua în considerare, deocamdată, doar **fracţiile zecimale finite**, adică cele care au un număr finit de zecimale nenule. Zecimalele, începând de după virgulă şi până la ultima nenulă, se numesc **zecimale semnificative**. După acestea, fracţiei i se pot adăuga oricâte zerouri nesemnificative.

IV. Orice fracţie ordinară care, în formă ireductibilă, are numitorul divizibil doar cu 2 sau cu 5 (şi nedivizibil cu alt număr prim) se poate scrie sub formă de fracţie zecimală finită:

$$\frac{3}{40} = \frac{3}{2^3 \cdot 5} \overset{5^2)}{=} \frac{3 \cdot 5^2}{2^3 \cdot 5^3} = \frac{75}{1000} = 0{,}075;$$

$$\frac{7}{175} \overset{(7}{=} \frac{1}{25} = \frac{1}{5^2} \overset{2^2)}{=} \frac{2^2}{5^2 \cdot 2^2} = \frac{4}{100} = 0{,}04.$$

PROBLEME REZOLVATE

1. Scrieţi următoarele fracţii zecimale sub formă de fracţii ordinare ireductibile:

a) 0,16; b) 1,75; c) 20,002.

Soluţie: a) $0,16=\frac{16}{100}\overset{(4}{=}\frac{4}{25}$;

b) $1,75=1\frac{75}{100}\overset{(25}{=}1\frac{3}{4}=\frac{7}{4}$;

c) $20,002=20\frac{2}{1000}\overset{(2}{=}20\frac{1}{500}=\frac{10001}{500}$.

2. Determinaţi numărul natural n, ştiind că:

a) $\frac{n}{35}=2,8$; b) $\frac{34}{n}=0,85$.

Soluţie: a) Cum $2,8=2\frac{8}{10}\overset{(2}{=}2\frac{4}{5}=\,^{7)}\frac{14}{5}=\frac{98}{35}$, rezultă că $n=98$.

b) Deoarece $0,85=\frac{85}{100}\overset{(5}{=}\,^{2)}\frac{17}{20}=\frac{34}{40}$, deducem că $n=40$.

3. Determinaţi ultima zecimală semnificativă a fracţiei zecimale care se obţine din fracţia ordinară $\frac{1}{5^{55}}$.

Soluţie: Avem $\frac{1}{5^{55}}=\frac{2^{55}}{2^{55}\cdot 5^{55}}=\frac{2^{55}}{10^{55}}$. Ultima zecimală semnificativă (ultima zecimală nenulă) din scrierea zecimală a acestei fracţii este ultima cifră a lui 2^{55}. Ne amintim că ultima cifră a puterilor lui 2 se repetă din patru în patru, în succesiunea 2, 4, 8, 6, 2, 4, 8, 6 etc. Cum 55 dă restul 3 la împărţirea prin 4, rezultă că $u(2^{55})=u(2^3)=8$.

PROBLEME PROPUSE

1. Scrieţi ca fracţii zecimale următoarele fracţii ordinare:

a) $\frac{3}{10};\frac{7}{10};\frac{17}{10};\frac{117}{10};5\frac{3}{10}$;

b) $\frac{7}{100};\frac{17}{100};\frac{117}{100};\frac{2117}{100};5\frac{3}{100};25\frac{29}{100}$;

c) $\frac{3}{1000};\frac{23}{1000};\frac{123}{1000};\frac{3123}{1000};\frac{10023}{1000};3\frac{33}{1000}$.

2. Citiţi următoarele fracţii zecimale:

a) 0,7; 1,3; 21,5; 2,1;
b) 0,13; 0,03; 2,51; 21,02;
c) 0,121; 0,017; 0,007; 2,012;
d) 0,2157; 2,0123; 3,10125.

V.3. ADUNAREA ŞI SCĂDEREA FRACŢIILOR ZECIMALE FINITE

I. Algoritmul de **adunare** a două fracţii zecimale finite este, în esenţă, acelaşi cu cel de adunare a două numere naturale. Să urmărim exemplul de mai jos:

$$2{,}17 + 1{,}835 = 2{,}170 + 1{,}835 = \frac{2170}{1000} + \frac{1835}{1000} = \frac{4005}{1000} = 4{,}005$$

$$\begin{array}{r} 2170\ + \\ \underline{1835} \\ 4005 \end{array} \quad \Rightarrow \quad \begin{array}{r} 2{,}170\ + \\ \underline{1{,}835} \\ 4{,}005 \end{array}$$

Pentru a aduna două fracţii zecimale finite, le vom aşeza una sub alta, virgulă sub virgulă; în cazul în care unul dintre termeni are mai puţine zecimale, se recomandă completarea părţii sale zecimale cu zerouri nesemnificative, până la egalizarea „lungimii” părţii zecimale a termenilor. Apoi, adunarea se face în mod obişnuit, dinspre sfârşit către început, cu atenţie la eventualele treceri peste ordin. Virgula se coboară la sumă sub virgulele termenilor.

Proprietăţi:
- asociativitate: $(a + b) + c = a + (b + c)$;
- comutativitate: $a + b = b + a$;
- 0 este element neutru: $a + 0 = a$.

II. Algoritmul de **scădere** a două fracţii zecimale finite este, în esenţă, acelaşi cu cel de scădere a două numere naturale, cu aceleaşi adaptări din cazul adunării: descăzutul şi scăzătorul se scriu virgulă sub virgulă, o eventuală fracţie cu partea zecimală mai „scurtă” se completează cu zerouri nesemnificative, virgula diferenţei se coboară sub virgulele descăzutului şi scăzătorului.

Proprietăţi:
- $a - (b + c) = a - b - c$;
- $a - (b - c) = a - b + c$.

Aflarea termenului necunoscut:
- $a + x = b \Rightarrow x = b - a$;
- $a - x = b \Rightarrow x = a - b$;
- $x - a = b \Rightarrow x = a + b$.

PROBLEME REZOLVATE

1. Calculaţi, grupând convenabil termenii:
a) $2{,}72 + 0{,}426 + 3{,}28 + 1{,}674$;   b) $2{,}72 - 1{,}3 - 0{,}42$.

Soluţie: a) Observăm că $2{,}72 + 3{,}28 = 6$, iar $0{,}426 + 1{,}674 = 2{,}1$. Ţinând cont de comutativitatea şi de asociativitatea adunării, suma din enunţ este egală cu $6 + 2{,}1 = 8{,}1$.
b) Avem: $2{,}72 - 1{,}3 - 0{,}42 = 2{,}72 - (1{,}3 + 0{,}42) = 2{,}72 - 1{,}72 = 1$.

2. Mărim descăzutul unei scăderi cu 2,31, iar scăzătorul îl micşorăm cu 1,37. Cum se modifică diferenţa?

Soluție: Fie $a - b = d$ scăderea inițială. După modificarea termenilor, trebuie să calculăm $(a + 2{,}31) - (b - 1{,}37) = a + 2{,}31 - b + 1{,}37 = (a - b) + (2{,}31 + 1{,}37) = d + 3{,}68$. Prin urmare, diferența se mărește cu 3,68.

3. Determinați cifrele a și b, știind că $\overline{a,bb} + \overline{b,aa} = 18{,}87$.

Soluție: Avem $\left(a + \frac{b}{10} + \frac{b}{100}\right) + \left(b + \frac{a}{10} + \frac{a}{100}\right) = \frac{1887}{100}$, deci $\frac{111(a+b)}{100} = \frac{1887}{100}$. Deducem că $a + b = 1887 : 111$, adică $a + b = 17$, de unde $a = 8$, $b = 9$ sau $a = 9$, $b = 8$.

PROBLEME PROPUSE

1. Calculați:
a) $2{,}5 + 3{,}4$; b) $0{,}7 + 5{,}5$; c) $0{,}73 + 0{,}26$;
d) $2{,}47 + 3{,}85$; e) $0{,}39 + 12{,}74$; f) $2{,}427 + 0{,}883$.

2. Calculați:
a) $8{,}3 + 1{,}7$; b) $2{,}41 + 3{,}39$; c) $8{,}53 + 1{,}47$;
d) $22{,}77 + 0{,}73$; e) $3{,}21 + 103{,}79$; f) $7{,}453 + 2{,}547$.

3. Calculați:
a) $21{,}7 + 0{,}43$; b) $1{,}479 + 21{,}5$; c) $2{,}987 + 31{,}37$;
d) $17{,}03 + 2{,}707$; e) $1{,}1 + 0{,}011$; f) $27{,}35 + 95{,}803$.

4. Calculați, grupând convenabil termenii:
a) $2{,}7 + 3{,}3 + 5{,}6 + 4{,}4$; b) $2{,}73 + 3{,}08 + 0{,}27 + 5{,}92$;
c) $21{,}3 + 3{,}15 + 0{,}85 + 2{,}8$; d) $0{,}375 + 2{,}74 + 3{,}76 + 1{,}625$.

5. Diana trebuie să calculeze suma $S = 2{,}432 + 5{,}748 + 1{,}39$ și să aproximeze rezultatul prin rotunjire la cifra zecimilor. Alex o sfătuiește să rotunjească întâi la zecimi fiecare termen și abia apoi să facă adunarea, pentru a munci mai puțin. E bine ca Diana să țină cont de sfatul lui Alex?

6. Patru copii trebuie să efectueze scăderea $22{,}17 - 1{,}251$. Calculele lor sunt cele de mai jos. Explicați ce e bine și ce e rău în fiecare rezolvare.

Luiza

2	2,	1	7	–
1,	2	5	1	
0,	9	6	6	

Andrei

2	2,	1	7	–
	1,	2	5	1
2	0,	9	2	1

Ioana

2	2,	1	7	–
	1,	2	5	1
2	0,	9	1	9

Matei

2	2,	1	7	0	–
	1,	2	5	1	
2	1,	9	2	9	

7. Calculați:
a) $2{,}9 - 1{,}3$; b) $3{,}5 - 2{,}7$; c) $0{,}24 - 0{,}13$;
d) $3{,}27 - 2{,}17$; e) $5{,}05 - 3{,}77$; f) $2{,}342 - 1{,}589$.

8. Calculați:
a) $11{,}7 - 3{,}52$; b) $3 - 1{,}25$; c) $3{,}1 - 2{,}79$;
d) $20 - 18{,}888$; e) $7{,}2 - 3{,}245$; f) $5{,}24 - 0{,}777$.

ELEMENTE DE GEOMETRIE ŞI UNITĂŢI DE MĂSURĂ

CAPITOLUL VI
PUNCTE. DREPTE. PLANE

VI.1. PUNCT. DREAPTĂ. PLAN

I. Punctul ni-l imaginăm ca fiind urma lăsată pe o foaie de hârtie de un creion bine ascuţit. Punctul nu are dimensiuni.

În figura 1 sunt reprezentate punctele *A* şi *B*; nu vom confunda punctul *B* cu bulina prin care este reprezentat. De obicei, notăm punctele folosind litere mari.

Fig. 1

În figura 2, punctele *M* şi *N* sunt situate în acelaşi loc; scriem $M = N$ şi spunem că cele două puncte sunt **identice/confundate/coincid**. Punctele *M* şi *P* nu sunt în acelaşi loc; scriem $M \neq P$ şi spunem că cele două puncte sunt **distincte/diferite**. De cele mai multe ori, când spunem „punctele *M* şi *P*", subînţelegem că ele sunt distincte.

Fig. 2

II. Dreapta este comparabilă cu un fir de aţă bine întins, nesfârşit de lung şi fără grosime. Dreapta este formată din puncte.

În figura 3 sunt reprezentate două drepte: dreapta *d* (notată folosind o literă mică) şi dreapta *AB* (notată folosind două litere mari care desemnează două puncte distincte ale sale).

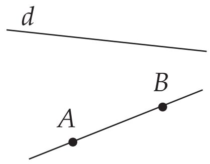
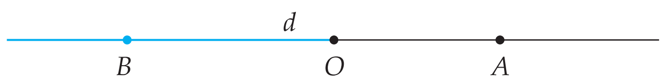


Fig. 3

Instrumentul geometric care ajută la trasarea dreptelor este rigla. Date fiind două puncte distincte *A* şi *B*, constatăm că există o dreaptă şi numai una care să treacă prin aceste două puncte; spunem că o dreaptă este determinată de (oricare) două puncte distincte ale sale.

Semidreapta este o parte a unei drepte formată din toate punctele acesteia aflate de aceeaşi parte faţă de un punct fixat de pe dreaptă. Punctul „de start" al unei semidrepte este numit **originea semidreptei**.

Fig. 4



În figura 4 este desenată o dreaptă *d*, pe care s-a fixat un punct *O*. Am reprezentat cu negru punctele dreptei care se află de aceeaşi parte a lui *O* ca punctul *A* şi cu albastru punctele dreptei care se află de aceeaşi parte a lui *O* ca punctul *B*. Partea cu negru este semidreapta *OA*, iar cea cu albastru semidreapta *OB*.

Când vorbim despre „semidreapta *MN*", înţelegem că originea sa este în primul punct numit, adică în *M*. Semidreptele *MN* şi *NM* sunt distincte (în timp ce dreptele *MN* şi *NM* sunt una şi aceeaşi).

Segmentul este acea parte a unei drepte formată din toate punctele sale situate între două puncte fixate de pe dreaptă. Punctele „frontieră” ale unui segment se numesc **capetele** (**extremităţile**) **segmentului**.

În figura 5, partea dreptei d colorată cu albastru reprezintă segmentul AB.

Fig. 5

III. Planul este comparabil cu suprafaţa unei mese nemărginită în toate direcţiile. Planul nu are grosime, conţine drepte şi este format din puncte.

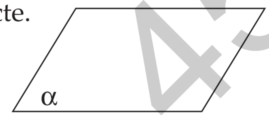


Fig. 6

Deşi este nemărginit, vom reprezenta planul printr-o porţiune dreptunghiulară a sa, care, în perspectivă, va apărea ca un paralelogram (figura 6). Pentru a nota planele, folosim litere mici din alfabetul grec sau trei litere mari care desemnează trei puncte ale sale.

Semiplanul este o parte a unui plan formată din toate punctele acestuia aflate de aceeaşi parte faţă de o dreaptă fixată.

Fig. 7

În figura 7, dreapta d separă planul α în două semiplane, unul colorat cu albastru, al doilea cu gri. Dreapta d se numeşte **frontieră** a celor două semiplane.

Probleme rezolvate

1. În figura 8 este reprezentată piramida $ABCD$. Identificaţi în figură cât mai multe:

a) puncte; b) drepte; c) plane.

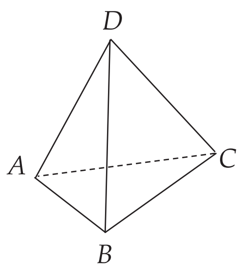


Fig. 8

Soluţie: a) În figură sunt reprezentate şi numite 4 puncte: A, B, C şi D. (Putem, însă, identifica în figură multe alte puncte (o infinitate): de exemplu, oricare dintre segmentele AB sau CD conţine oricât de multe puncte.)

b) În figură sunt reprezentate 6 segmente: AB, BC, AC, AD, BD şi CD. (Unind, însă, un punct oarecare al lui AB cu un punct oarecare al lui CD (de exemplu), putem obţine noi segmente.)

c) În figură sunt reprezentate 4 plane: (ABC), (ABD), (ACD) şi (BCD).

2. Pe dreapta d_1 considerăm punctele A, B şi C, iar pe dreapta d_2 considerăm punctele M şi N (figura 9).

a) Câte segmente au drept capete două dintre cele cinci puncte?

b) Câte drepte determină aceste puncte, luate două câte două?

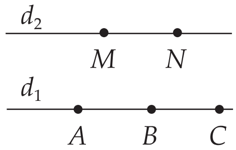


Fig. 9

Soluţie: a) 10 segmente: AB, AC, BC, MN, AM, AN, BM, BN, CM şi CN.

b) 8 drepte: d_1, d_2, AM, AN, BM, BN, CM şi CN.

CAPITOLUL VII
UNGHIURI

VII.1. UNGHI: DEFINIŢIE, NOTAŢII, ELEMENTE

• Se numeşte **unghi** figura geometrică formată din două semidrepte cu aceeaşi origine (figura 1).

• Elementele unghiului sunt:
– laturile unghiului (cele două semidrepte cu aceeaşi origine);
– vârful unghiului (originea semidreptelor).

Notaţie: $\widehat{AOB}$ sau $\sphericalangle AOB$ sau $\hat{O}$ sau $\sphericalangle O$ (figura 2).

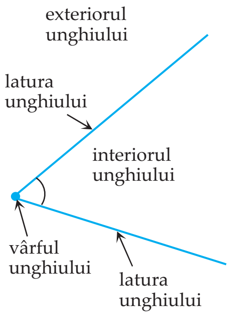


Fig. 1

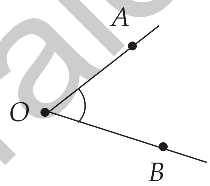


Fig. 2

PROBLEME REZOLVATE

1. În figura 3 este desenat un unghi $\sphericalangle XOY$ şi punctele A, B, C, D, E, F.

a) Cum mai poate fi denumit unghiul XOY?
b) Care sunt laturile unghiului?
c) Care este vârful unghiului?
d) Care puncte sunt în interiorul unghiului?
e) Care puncte sunt în exteriorul unghiului?
f) Care puncte sunt pe laturile unghiului?

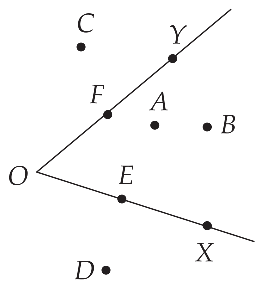
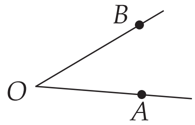


Fig. 3

Soluţie: a) $\sphericalangle XOF$ sau $\sphericalangle EOY$ sau $\sphericalangle EOF$.
b) Laturile unghiului sunt semidreptele $[OX$ şi $[OY$.
c) Vârful unghiului este O.
d) A, B sunt în Int($\sphericalangle XOY$).
e) C, D sunt în Ext($\sphericalangle XOY$).
f) Punctele E şi F se află pe laturile OX, respectiv OY.

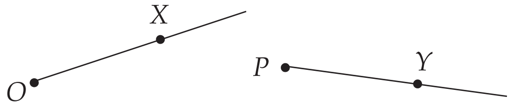
2. a) Desenaţi o pereche de semidrepte care să formeze un unghi. Notaţi-l.
b) Desenaţi o pereche de semidrepte care să nu determine un unghi. Observaţi diferenţele dintre cele două figuri.

Soluţie: a)

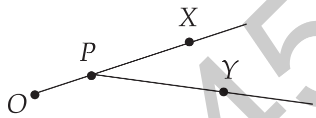


$\sphericalangle AOB$ este format din semidreptele OA şi OB.

b1)



b2)



PROBLEME PROPUSE

1. Observaţi figura 4 şi precizaţi vârful şi laturile unghiurilor ABC, BAC şi CAB.

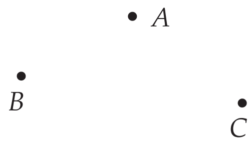


Fig. 4

Fig. 5

2. Studiaţi figura 5 şi stabiliţi valoarea de adevăr a fiecărei propoziţii.
a) G este interior unghiului AOB.
b) Punctele D, E, F sunt exterioare unghiului AOB.
c) Punctul H este pe latura OB a unghiului AOB.
d) Punctul C este pe latura OB a unghiului AOB.

3. Observaţi figura 6. Precizaţi care dintre punctele A, B, C, D, E, F, G, H, I sunt:
a) interioare unghiului AOB;
b) interioare unghiului AOC;
c) exterioare unghiului BOC.

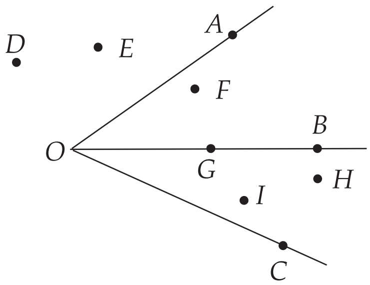


Fig. 6

4. În figura 7 sunt desenate mai multe unghiuri.
a) Numiţi patru dintre unghiurile din figură.
b) Desenaţi punctele M şi N care să fie în interiorul unghiului AOD, dar în exteriorul unghiului BOC.
c) Desenaţi punctul P care să fie în exteriorul unghiului AOD.

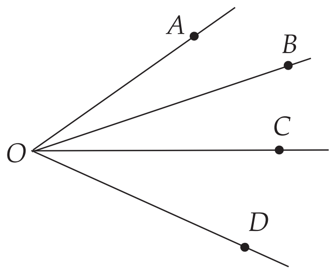


Fig. 7

CAPITOLUL VIII
UNITĂŢI DE MĂSURĂ

VIII.1. Unităţi de măsură pentru lungime. Perimetre

1. Metrul este o unitate de măsură pentru lungime, una dintre cele şapte unităţi fundamentale ale Sistemului Internaţional.

Prin adăugarea de prefixe, se obţin alte unităţi de măsură, multiplii şi submultiplii metrului, necesare în diferite domenii de activitate.

2. Kilometrul (km), hectometrul (hm), decametrul (dam) sunt multipli ai metrului, iar decimetrul (dm), centimetrul (cm), milimetrul (mm) sunt submultipli ai metrului.

1 km = 1000 m	1 dm = 0,1 m
1 hm = 100 m	1 cm = 0,01 m
1 dam = 10 m	1 mm = 0,001 m

3. Perimetrul unui triunghi având lungimile laturilor a, b, c este egal cu $a + b + c$.
Perimetrul unui pătrat cu lungimea laturii l este egal cu $4l$.
Perimetrul unui dreptunghi cu lăţimea l şi lungimea L este egal cu $2(l + L)$. (Presupunem toate laturile şi perimetrul măsurate cu aceeaşi unitate de lungime.)

Probleme rezolvate

1. Un teren are forma unui dreptunghi cu lăţimea de 0,1 km şi lungimea de 2,3 hm. Calculaţi câţi metri de sârmă sunt necesari pentru a construi un gard în jurul terenului, ştiind că lungimea totală a sârmei folosite trebuie să fie de cinci ori mai mare decât perimetrul dreptunghiului.
Soluţie: Deoarece 0,1 km = 100 m şi 2,3 hm = 230 m, perimetrul terenului este egal cu 2(100 m + 230 m) = 660 m. Prin urmare, pentru construirea gardului sunt necesari $5 \cdot 660$ m = 3300 m de sârmă.

2. Pe fiecare dintre laturile unui triunghi ABC cu $AB = BC = CA = 9$ cm se construieşte câte un triunghi echilateral (toate laturile egale) cu latura de 3 cm. Apoi, pe fiecare dintre cele douăsprezece laturi ale figurii obţinute se construieşte din nou câte un triunghi echilateral, dar, de data aceasta, cu latură de 1 cm (figura 1). Calculaţi perimetrul figurii finale.

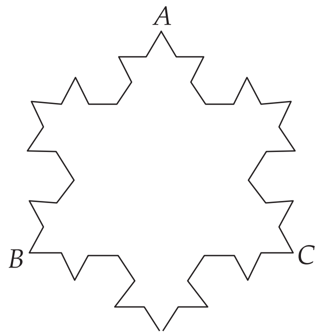


Fig. 1

Soluţie: Perimetrul triunghiului ABC este egal cu 27 cm. După construirea celor trei triunghiuri echilaterale cu latura de 3 cm, perimetrul creşte cu $3 \cdot 3$ cm = 9 cm, devenind astfel egal cu 27 cm + 9 cm = 36 cm. Perimetrul figurii finalei este cu $12 \cdot 1$ cm = 12 cm mai mare decât perimetrul figurii anterioare, adică este egal cu 48 cm.

PROBLEME PROPUSE

1. Transformaţi în metri:

a) 3 dam; b) 0,4 hm; c) 0,1 km;
d) 25 dm; e) 300 cm; f) $1{,}2 \cdot 10^3$ mm.

2. Transformaţi în centimetri:

a) 250 mm; b) 7 dm; c) 0,02 m;
d) 10^3 mm; e) 5 dam; f) 0,0003 hm.

3. Comparaţi lungimile următoarelor segmente:

a) AB = 32 dam, CD = 3,2 hm; b) AB = 7,3 km, CD = 690 dam;
c) AB = 14990 m, CD = 15 km; d) $AB = 10^3$ cm, CD = 10 m;
e) AB = 0,1 m, CD = 200 mm; f) AB = 131 dm, CD = 1,28 dam.

4. Determinaţi numărul x în fiecare dintre următoarele cazuri:

a) 0,1 dam + 2 m = x m; b) 2 hm + 3 dam = x m;
c) $2 \cdot 10^3$ mm + $5 \cdot 10^2$ cm = x m; d) 0,4 dam + 30 dm = x m;
e) 0,12 hm + 5600 cm = x m; f) 0,25 dam + 1500 mm = x m.

5. Determinaţi numărul x în fiecare dintre următoarele cazuri:

a) 0,2 km + 340 dam = x hm; b) 0,08 km + 240 dm = x m;
c) 6,25 hm – 0,2 km + 45 m = x dam; d) 400 mm + 0,1 m – 20 cm = x dm;
e) $2 \cdot 10^5$ mm + $0{,}3 \cdot 10^5$ cm + $4 \cdot 10^2$ dm = x dam;
f) 0,005 km + 0,7 hm – 120 dm = x m.

6. Calculaţi diferenţa dintre perimetrele a două pătrate, ştiind că latura primului pătrat este cu 4 cm mai mare decât latura celui de-al doilea pătrat.

7. Un dreptunghi, cu perimetrul de 120 m, are lăţimea egală cu un sfert din lungime. Determinaţi lăţimea şi lungimea dreptunghiului.

8. Perimetrul unui triunghi este egal cu 42 cm, iar lungimile laturilor sale, măsurate tot în centimetri, sunt trei numere naturale consecutive. Aflaţi lungimile laturilor triunghiului considerat.

9. O curte în formă de dreptunghi, cu lungimea de 80 m şi lăţimea de 30 m, este împrejmuită cu un gard format din patru rânduri de sârmă (figura 2). Calculaţi câţi metri de sârmă sunt necesari pentru construirea gardului.

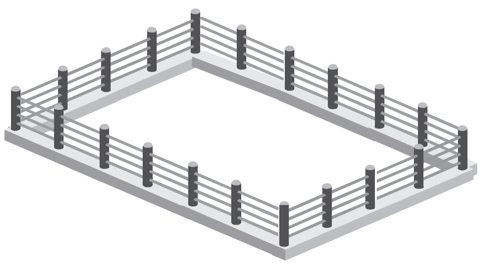


Fig. 2

RECAPITULARE FINALĂ

TESTE DE EVALUARE

TESTUL 1

Se acordă 1 punct din oficiu.
Timp de lucru: 50 de minute.

Subiectul I. *Încercuiţi litera corespunzătoare răspunsului corect.*

(1p) **1.** Dintre numerele 1, 2, 4 şi 15, numărul prim este:
a) 1; b) 2; c) 4; d) 15.

(1p) **2.** Câtul împărţirii numărului 62 la 12 este egal cu:
a) 4; b) 6; c) 2; d) 5.

(1p) **3.** Rezultatul calculului $44 - 4 \cdot 4$ este egal cu:
a) 28; b) 38; c) 40; d) 160.

(1p) **4.** Patru elevi au efectuat calculul $(2^{10} + 2^{10} + 2^{11})^2 : 2^{24}$ şi au obţinut rezultatele din tabelul de mai jos:

Irina	Florian	Emilia	Ecaterina
2	4	8	1

Răspunsul corect este dat de:
a) Irina; b) Florian; c) Emilia; d) Ecaterina.

(1p) **5.** Media aritmetică a două numere este 64. Dacă unul dintre numere este de 3 ori mai mare decât celălalt, produsul numerelor este:
a) 3072; b) 512; c) 128; d) 486.

Subiectul al II-lea. *Scrieţi rezolvările complete.*

1. Se consideră numărul natural $A = \overline{ab} + \overline{ba}$, unde a şi b sunt cifre diferite.
(1p) **a)** Este posibil ca numărul A să fie egal cu 198? Justificaţi răspunsul.
(1p) **b)** Determinaţi $\overline{ab}$, ştiind că A este pătrat perfect, iar $\overline{ab}$ este divizibil cu 8.

2. Un test are 20 de întrebări. Pentru fiecare răspuns corect se acordă 4 puncte, iar pentru fiecare răspuns greşit se scade câte 1 punct.
(1p) **a)** Este posibil ca Dana, care a răspuns la toate întrebările, să aibă 76 de puncte? Justificaţi răspunsul.
(1p) **b)** Darius a răspuns la toate întrebările şi are punctajul final 50. La câte întrebări a răspuns corect Darius?

PROBLEME RECAPITULATIVE

1. Calculaţi:

a) $120 - 40 : 8$; b) $7 \cdot 11 \cdot 13 - 1$;

c) $28 \cdot 73 + 27 \cdot 28$; d) $31 + 144 : (39 - 9 : 3)$.

2. a) Scrieţi patru numere naturale pare cu suma cifrelor 3.

b) Scrieţi toate numerele naturale de trei cifre cu produsul cifrelor 8.

3. Care este cel mai mic număr natural par format din patru cifre distincte? Dar cel mai mare?

4. Câte numere de două cifre se pot forma cu cifrele 0, 1, 2, 3, 4? Câte dintre aceste numere sunt impare?

5. Care este al treisprezecelea termen al şirului 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, ...?

6. Calculaţi $A = (2 + 4 + 6 + \ldots + 20) - (1 + 3 + 5 + \ldots + 19)$.

7. Produsul a două numere naturale este 420. Dacă un factor se măreşte cu 5, produsul devine 480. Aflaţi cele două numere.

8. Determinaţi numerele naturale $\overline{ab}$ cu proprietatea că $a + \overline{ab} = b + \overline{ba} + 20$.

9. Determinaţi numerele naturale care, împărţite la un număr de forma $\overline{abc}$, dau câtul 10 şi restul 997.

10. Câte numere naturale de trei cifre, împărţite la 17, dau câtul egal cu restul?

11. Calculaţi suma numerelor naturale de două cifre care, prin împărţire la 5, dau restul 3.

12. a) Împărţind numărul natural n la 10, obţinem restul 1. Ce rest se obţine când împărţim numărul n la 5?

b) Împărţind numărul natural n la 5, obţinem restul 1. Ce rest se obţine când împărţim numărul n la 10?

13. Fie a, b şi c trei numere naturale, astfel încât $ab - ac + 7a = 80$ şi $b - c = 3$. Calculaţi $a - b + c$.

14. Fie a, b şi c trei numere naturale, astfel încât $a + b + c = 31$ şi $2a + 3b + 4c = 105$. Calculaţi $(2a + b)(b + 2c)(c - a)$.

15*. Notăm cu S suma primilor 100 de termeni ai şirului $1, 2 \cdot 3, 4 \cdot 5 \cdot 6, 7 \cdot 8 \cdot 9 \cdot 10, \ldots$.

a) Care este ultima cifră a numărului S?

b) Determinaţi restul împărţirii lui S la 8.

16. Calculaţi:

a) $3^0 + 0^3 + 2^3$; b) $3^5 \cdot 3^8 : 3^{11}$;

c) $36 : (2^2 \cdot 3) + 72 : (2 \cdot 3^2)$; d) $(2^{18} + 4^8) : 8^5$.

TESTE RECAPITULATIVE

Se acordă 1 punct din oficiu. Timp de lucru: 50 de minute.

TESTUL 1

Subiectul I. *Încercuiţi litera corespunzătoare răspunsului corect.*

(1p) **1.** Soluţia ecuaţiei $x + 3 = 4$ este numărul natural:
a) 1; b) 2; c) 0; d) 4.

(1p) **2.** Suma primelor patru cele mai mici numere prime este egală cu:
a) 11; b) 16; c) 17; d) 24.

(1p) **3.** Calculând $\frac{2}{7}$ din 42 kg, rezultatul este:
a) 14 kg; b) 16 kg; c) 24 kg; d) 12 kg.

(1p) **4.** Scrierea sub formă zecimală a fracţiei $\frac{5981}{1000}$ este:
a) 59,81; b) 5,981; c) 598,1; d) 5981.

(1p) **5.** Lungimea segmentului AB este 8 cm, iar M este mijlocul segmentului. Lungimea segmentului BM este:
a) 6 cm; b) 2 cm; c) 4 cm; d) 8 cm.

Subiectul al II-lea. *Scrieţi rezolvările complete.*

1. Fie numerele naturale $a = (3^3 \cdot 81^2 \cdot 3 \cdot 3^3)^3 : 3^{15}$ şi $b = \left[(2^6 \cdot 2^2)^4 : 2^2 : 2^{15}\right]^3$.

(1p) **a)** Demonstraţi că $a = 3^{30}$.

(1p) **b)** Comparaţi numerele a şi b.

2. Maia a cumpărat o carte ale cărei pagini au fost numerotate în mod ciudat: 1, 2, 3, 4, 6, 7, 8, 9, 11, 12, 13, 14, 16, 17, 18, 19, …, 484, 486, 487.

(1p) **a)** Are această carte o pagină numerotată cu 100?

(1p) **b)** Câte file are cartea cumpărată de Maia?

INDICAŢII ŞI RĂSPUNSURI

TESTE INIŢIALE

Testul 1. **1.** 8. **2.** 20 lei. **3.** 60 cm. **4.** 18 + 29 = 47. **5.** 18°C. **6.** 8 biscuiţi. **7.** 50 g.
Testul 2. **1.** 240. **2.** 592. **3.** 19. **4.** Da, Mihai a calculat corect durata tratamentului. **5.** 200 de timbre. **6.** 7 lei. **7.** 20 de lalele, 18 garoafe şi 15 trandafiri.
Testul 3. **1.** $x = 5$. **2.** 30. **3.** 72 m. **4.** 41. **5.** 114 + 141 + 411 + 122 + 212 + 221 = 1221. **6.** 30 caise. **7.** 13 nuci şi 21 de nuci.

NUMERE NATURALE

CAPITOLUL I. OPERAŢII CU NUMERE NATURALE

I.1. Scrierea şi citirea numerelor naturale

1. a) 24; b) 19; c) 405; d) 816; e) 333; f) 1004; g) 5810; h) 7348. **2.** a) 30413; b) 15243; c) 608806; d) 4607000; e) 13906102; f) 900000909. **3.** a) şapte; b) nouăsprezece; c) patruzeci şi trei; d) o sută nouă; e) trei sute zece; f) nouă sute douăzeci şi cinci. **4.** a) o mie trei sute şapte; b) nouăzeci şi trei de mii doi; c) douăzeci şi şapte de mii patru sute treisprezece; d) o sută douăzeci şi trei de mii trei sute douăzeci şi unu; e) patru milioane trei sute nouă mii cinci; f) douăzeci şi opt de milioane opt mii două sute. **5.** Numerele căutate sunt de forma $\overline{ab}$ cu $b = 2 \cdot a$, iar soluţiile problemei sunt 12, 24, 36 şi 48. **6.** De exemplu, 11, 20, 200, 1001, 10001. **7.** De exemplu, 111, 201, 1011, 1101, 2001. **8.** a) $27 = 2 \cdot 10 + 7$; b) $135 = 1 \cdot 100 + 3 \cdot 10 + 5$; c) $9148 = 9 \cdot 1000 + 1 \cdot 100 + 4 \cdot 10 + 8$; d) $12043 = 1 \cdot 10000 + 2 \cdot 1000 + 4 \cdot 10 + 3$. **9.** a) $\overline{aa} = 10 \cdot a + a = 11a$; b) $\overline{abab} = a \cdot 1000 + b \cdot 100 + a \cdot 10 + b = 1010 \cdot a + 101 \cdot b$; c) $\overline{x0yx} = x \cdot 1000 + y \cdot 10 + x = 1001 \cdot x + 10 \cdot y$; d) $\overline{xyyx} = x \cdot 1000 + y \cdot 100 + y \cdot 10 + x = 1001 \cdot x + 110 \cdot y$; e) $\overline{2a3a1} = 2 \cdot 10000 + a \cdot 1000 + 3 \cdot 100 + a \cdot 10 + 1 = 20301 + 1010 \cdot a$; f) $\overline{1bb20} = 1 \cdot 10000 + b \cdot 1000 + b \cdot 100 + 2 \cdot 10 = 10020 + 1100 \cdot b$. **10.** a) 35; b) 407; c) 930; d) 50701; e) 45323; f) 17709. **11.** 20, 24, 26, 28, 40, 42, 46, 48, 60, 62, 64, 68, 80, 82, 84 şi 86. **12.** a) 11, 12, 13, 21, 22, 23, 31, 32, 33; b) 78, 79, 87, 89, 97 şi 98. **13.** 100, 101, 110, 112, 121, 122, 200, 202, 211, 212, 220, 221. **14.** Numerele căutate sunt de forma $\overline{8x0}$ cu $x \neq 0$ şi $x \neq 8$ sau $\overline{9y1}$ cu $y \neq 1$ şi $y \neq 9$. Astfel, am obţinut soluţiile: 810, 820, 830, 840, 850, 860, 870, 890, 901, 921, 931, 941, 951, 961, 971 şi 981. **15.** Numerele căutate sunt de forma $\overline{a0c9}$ cu $c = 2 \cdot a$. Obţinem soluţiile: 1029, 2049, 3069 şi 4089. **16.** Numerele sunt de forma $\overline{6abc}$ cu $a = b + c$ şi $b > 6$. Dacă $b = 7$, atunci c este cel mult 2, deoarece $b + c \leq 9$. Dacă $b = 8$, atunci $c = 0$ sau $c = 1$, iar dacă $b = 9$, atunci $c = 0$. Numerele obţinute sunt: 6770, 6871, 6972, 6880, 6981, 6990. **17.** 21, 173, 8321, 40102, 333111, 710017. **18.** Numerele căutate sunt de forma $\overline{aba}$ cu $a + b + a = 4$ şi $a \neq 0$, de unde $2a + b = 4$. Este necesar ca b să fie cifră pară; atunci $b = 0$, $a = 2$ sau $b = 2$, $a = 1$, iar soluţiile problemei sunt numerele 202 şi 121. **19.** 1B, 2E, 3A, 4F, 5D, 6C. **20.** Numerele naturale cuprinse între 432 şi 531 au cifra sutelor 4 sau 5, deci cifra 3 nu se va regăsi pe poziţia

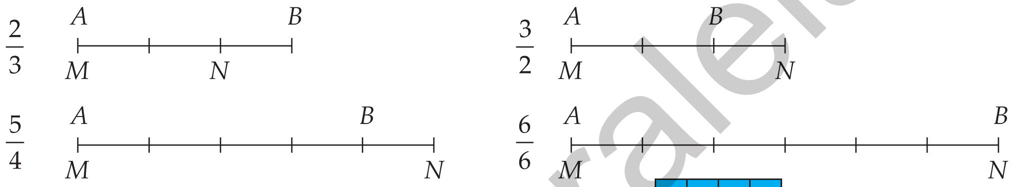
Testul 2. **1.** a) 18 şi 36; b) 18, 36, 45, 51 şi 75; c) 45 şi 75; d) 18, 36 şi 45. **2.** a) 1; b) 0, 13, 26 şi 39; c) 1, 2, 3, 4, 6 şi 12; d) 72, 81 şi 90. **3.** $a = 3^5(3^2 + 5) = 3^5 \cdot 2 \cdot 7$; trei numere prime diferite care divid pe a sunt 2, 3 şi 7. **4.** $x = 1$ sau $x = 7$. **5.** $n = 270$ sau $n = 225$. **6.** 120, 122, 124, 126, 128 sunt compuse, pentru că îl au ca divizor propriu pe 2; $121 \vdots 11$, $123 \vdots 3$, $125 \vdots 5$ şi $129 \vdots 3$. **7.** Dacă n este numărul elevilor din clasă, atunci n este multiplu comun al numerelor 4, 6 şi 8. Multiplii lui 4 sunt: 0, 4, 8, 12, 16, 20, 24, …, multiplii lui 6 sunt: 0, 6, 12, 18, 24, …, iar multiplii lui 8 sunt: 0, 8, 16, 24, … . Deci, numărul minim de elevi din clasă este 24.

FRACŢII ORDINARE. FRACŢII ZECIMALE

CAPITOLUL IV. FRACŢII ORDINARE

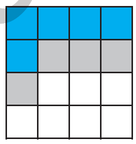
IV.1. Fracţii ordinare. Fracţii subunitare, echiunitare, supraunitare. Procente

1. a) $\frac{1}{8}, \frac{12}{8}$; b) $\frac{6}{14}, \frac{12}{8}, \frac{9}{7}, \frac{3}{5}$; c) $\frac{1}{8}, \frac{2}{15}, \frac{9}{7}, \frac{5}{3}, \frac{3}{5}, \frac{11}{15}$. **2.** b) Notăm AB segmentul de lungime 6 cm şi MN segmentul care reprezintă fracţia indicată.



3. Împărţim pătratul în 16 pătrate cu latura de 1 cm.

Rămâne necolorată $\frac{7}{16}$ din suprafaţa pătratului.



4. a) De exemplu: $\frac{5}{7}, \frac{5}{15}, \frac{5}{3}$; b) De exemplu: $\frac{3}{8}, \frac{11}{8}, \frac{17}{8}$; c) De exemplu: $\frac{6}{5}, \frac{18}{15}, \frac{9}{25}$. **5.** a) 2; b) 4; c) 200. **6.** a) 64; b) 15; c) 15. **7.** a) 25; b) 5; c) 8; d) 10; e) 4; f) 250. **8.** a) 8%; b) 23%; c) 11%; d) 143%; e) 180%; f) 200%. **9.** a) $\frac{2}{100}$; b) $\frac{50}{100}$; c) $\frac{10}{100}$; d) $\frac{20}{100}$; e) $\frac{100}{100}$; f) $\frac{150}{100}$. **10.** a) $\frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{3}{5}, \frac{6}{7}$; b) $\frac{3}{3}$; c) Sunt două fracţii supraunitare. **11.** d). **12.** a) $\frac{2}{3}, \frac{2}{5}, \frac{2}{7}, \frac{2}{9}, \frac{4}{5}, \frac{4}{7}, \frac{4}{9}, \frac{6}{7}, \frac{6}{9}, \frac{8}{9}$; b) $\frac{1}{1}, \frac{3}{3}, \frac{5}{5}, \frac{7}{7}, \frac{9}{9}$; c) $\frac{4}{2}, \frac{6}{2}, \frac{6}{4}, \frac{8}{2}, \frac{8}{4}, \frac{8}{6}$. **13.** a) 5; b) 17; c) 1; d) 2; e) 5; f) 5. **14.** a) 0, 1, 2; b) 0, 1, 2, 3; c) 0, 1, 2; d) 1, 2, 3; e) 5, 6, 7, …; f) 6, 7, 8, … . **15.** a) 1, 2; b) 1, 2; c) 1; d) 4, 5, 6, …; e) 5, 6, 7, …; f) 251, 252, … . **16.** $\frac{16}{13}, \frac{36}{13}, \frac{16}{23}, \frac{36}{23}, \frac{16}{43}, \frac{36}{43}, \frac{16}{53}, \frac{36}{53}, \frac{16}{73}, \frac{36}{73}, \frac{16}{83}, \frac{36}{83}$. **17.** Fracţia $\frac{4}{x+y}$ este supraunitară dacă $x + y = 1$, $x + y = 2$ sau $x + y = 3$; $\overline{xy}$ poate fi 10, 20, 11, 30, 21, 12. **18.** a) $\frac{1}{14}, \frac{2}{13}, \frac{3}{12}, \frac{4}{11}, \frac{5}{10}, \frac{6}{9}, \frac{7}{8}$; b) $\frac{36}{1}, \frac{18}{2}, \frac{12}{3}, \frac{9}{4}$. **19.** a) Divizorii numărului 18 sunt: 1, 2, 3, 6, 9 şi 18, iar divizorii numărului 35 sunt: 1, 5, 7 şi 35. Fracţiile căutate sunt:

ELEMENTE DE GEOMETRIE ŞI UNITĂŢI DE MĂSURĂ

CAPITOLUL VI. PUNCTE. DREPTE. PLANE

VI.1. Punct. Dreaptă. Plan

1. a) A; b) A; c) F. **2.** Prin punctul *A* trec o infinitate de drepte. **4.** *AB*, *AC*, *AD*, *BC*, *BD*, *CD*. **5.** a) F; b) A; c) A. **6.** a) A; b) F. **7.** În total, există 10 drepte. **8.** Există 12 semidrepte. **9.** Există 6 semidrepte: *AB*, *BA*, *BC*, *CB*, *CD* şi *DA*. **10.** a) o infinitate; b) o infinitate. **11.** *AB*, *BC*, *CD* şi *DA* sunt laturi; *AC* şi *BD* sunt diagonale. **12.** Primele cinci „cifre” sunt linii frânte deschise, iar ultima este linie frântă închisă. **13.** a) dreptele *AB*, *BC*, *AC*; b) semidreptele *AB*, *BA*, *BC*, *CB*, *AC*, *CA*; c) segmentele *AB*, *BC*, *AC*. **14.** a) segmentele *BC*, *AC*, *BD* şi *AD*; b) semidreptele *AB*, *BC*, *CB* şi *DC*. **15.** a) 4 drepte; b) 6 segmente. **16.** a) Există $99 + 98 + \ldots + 2 + 1 = 4950$ segmente; b) Există cel mult 4950 de drepte determinate de cele 100 de puncte. **17.** a) *A* şi *B*, *A* şi *E*, *B* şi *E*, *C* şi *D*; b) *A* şi *C*, *A* şi *D*, *B* şi *C*, *B* şi *D*, *E* şi *C*, *E* şi *D*. **18.** a) *OD* şi *OF*; dacă vom considera dreapta-frontieră ca făcând parte din semiplan, se adaugă *OA* şi *OB*; b) *OB* şi *OE*; dacă vom considera dreapta-frontieră ca făcând parte din semiplan, se adaugă *OC* şi *OD*. **19.** În figură sunt reprezentate 8 puncte, 12 segmente şi 6 plane. Evident, putem identifica şi alte puncte, segmente sau plane: de exemplu, segmentul *AC* nu este reprezentat în figură, dar el are capetele în două dintre punctele care apar în figură. **20.** În figură sunt reprezentate 5 puncte, 8 segmente şi 5 plane.

VI.2. Poziţiile relative ale unui punct faţă de o dreaptă. Poziţiile relative a două drepte

1. a) *A*, *B* şi *E*; b) *B*, *D* şi *E*; c) *A*, *B*, *E*, respectiv *B*, *C*, *D*. **3.** a) *E* este punctul comun al dreptelor *AC* şi *BD*; problema are soluţie unică; b) *F* poate fi oricare punct al dreptei *AC*, diferit de punctul *E*; problema are o infinitate de soluţii. **4.** a) $a \parallel b$ şi $c \parallel d$; b) *a* şi *c* sunt concurente în *M*; *b* şi *c* sunt concurente în *N*; *b* şi *d* sunt concurente în *P*; *a* şi *d* sunt concurente în *Q*. **5.** a) De exemplu, *CD* şi *EF*, respectiv *AE* şi *BF*; b) De exemplu, *AE*, *AD* şi *BC*, respectiv *AD*, *CD* şi *GH*. **8.** a) A; b) F. **9.** Numărul minim de drepte se obţine când nouă dintre puncte sunt coliniare (să presupunem că acestea sunt *B*, *C*, …, *J*), iar al zecelea (*A*) nu se află pe dreapta *BC*. În acest caz, cele zece puncte determină zece drepte: *AB*, *AC*, …, *AJ* şi *BC*. **10.** Numărul maxim de drepte determinate de cele zece puncte se obţine atunci când ele sunt, oricare trei, necoliniare şi este egal cu $9 + 8 + \ldots + 2 + 1 = 45$. Dacă înlocuim trei puncte necoliniare (care determină trei drepte) cu trei puncte coliniare, numărul dreptelor scade cu $3 - 1 = 2$ şi, de aici, rezultă concluzia problemei.

VI.3. Lungimea unui segment. Mijlocul unui segment. Simetricul unui punct faţă de alt punct

1. $AC < BC < AB$. **3.** $AB > AD$, $CD < AC$, $DO = OC$, $AD = BC$, $AC = BD$. **5.** Putem găsi o infinitate de puncte, care formează un cerc. **6.** Două puncte *O* (pe care le vom determina folosind compasul), un singur punct *M* şi niciun punct *N*. **7.** Instrumentul potrivit pentru realizarea acestor desene este compasul. Observăm că: a) *A*, *B*, *C* sunt vârfuri ale unui triunghi; b) *A*, *B*, *C* sunt coliniare, cu *C* între *A* şi *B*; c) *A*, *B*, *C* sunt coliniare, cu *A* între *B* şi *C*; d) nu există puncte *A*, *B*, *C* cu proprietăţile date. **8.** Cele două triunghiuri pot fi suprapuse perfect (sunt congruente). **9.** Cele patru puncte sunt situate ca în figura 1. Lungimea segmentului *AC* este aproximativ egală cu 8,7 cm. **10.** Cum $AB + BD = AD$ şi $BD + DC = BC$, înseamnă că cele patru puncte sunt coliniare, în ordinea

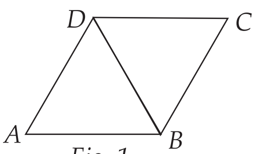


Fig. 1

Recapitulare şi sistematizare prin teste

Testul 1. **1.** a) 73; b) 3; c) 1,2; d) 200. **2.** a) 200; b) 0,15; c) 500; d) 2. **3.** 144 m^2. **4.** 40 cm^2. **5.** 64 – 48 = 16 cm^2. **6.** 1280 lei. **7.** 30 litri.
Testul 2. **1.** a) 150; b) 2,5; c) 30; d) 50. **2.** a) 2,2; b) 2; c) 144; d) 44. **3.** 24 dm. **4.** 10 cm, 12 cm. **5.** De 4 ori. **6.** 64 cm, 240 cm^2. **7.** 150 cm^2.

RECAPITULARE FINALĂ

Teste de evaluare

Testul 1. I. **1.** b). **2.** d). **3.** b). **4.** d). **5.** a). **II.** **1.** a) Presupunem $A = 198$. Cum $A = 11(a + b)$, obţinem $a = b = 9$, ceea ce contrazice ipoteza. Nu este posibil; b) Cum $A = 11(a + b)$ este pătrat perfect înseamnă $a + b = 11$, iar numărul căutat este $\overline{ab} = 56$. **2.** a) Nu este posibil; b) 14 răspunsuri corecte.
Testul 2. I. **1.** c). **2.** b). **3.** d). **4.** c). **5.** d). **II.** **1.** a) Dacă $q = 11$, atunci $p = 9$, care nu este prim; aşadar numărul q nu poate fi egal cu 11; b) Cum $3q$ şi 42 sunt divizibile cu 3, trebuie ca p să fie divizibil cu 3 şi prim, deci $p = 3$; atunci $q = 13$. **2.** a) Numărul de fotografii trebuie să fie de forma $M_3 + 2$, dar $100 = 3 \cdot 33 + 1$, deci nu e posibil ca numărul total de fotografii să fie egal cu 100; b) Corina are 41 de fotografii şi albumul are 13 pagini.
Testul 3. I. **1.** b). **2.** c). **3.** a). **4.** d). **5.** a). **II.** **1.** Folosim metoda mersului invers; a) 90 km; b) 300 km. **2.** a) De exemplu, numerele 4, 9 şi 25 au exact câte trei divizori; b) Fie n un număr natural care are exact trei divizori: 1, p şi n. Evident, p trebuie să fie număr prim. Cum $p \mid n$, rezultă că $n = p \cdot q$, unde q este un număr natural, $1 < q < n$. Dacă $q \neq p$, atunci n ar avea măcar patru divizori. Rezultă că $q = p$, iar $n = p^2$.
Testul 4. I. **1.** d). **2.** c). **3.** c). **4.** d). **5.** c). **II.** **1.** a) 128 lei; b) 45 lei. **2.** b) 2°30'.
Testul 5. I. **1.** d). **2.** b). **3.** c). **4.** a). **5.** b). **II.** **1.** a) Dacă a este preţul iniţial, atunci după prima reducere preţul este egal cu $\frac{4a}{5}$; din $\frac{4a}{5} - \frac{15}{100} \cdot \frac{4a}{5} = 81{,}6$ obţinem $a = 120$ lei; b) 68,5. **2.** a) Cum $5{,}76 = 2{,}4^2$, înseamnă că latura pătratului este de 2,4 hm = 240 m; b) Folosim mersului invers; 14,4 ha.
Testul 6. I. **1.** a). **2.** b). **3.** b). **4.** a). **5.** d). **II.** **1.** b) $b = \frac{5}{3}$; $m_a = \frac{41}{24} = 1{,}708(3)$; valoarea aproximativă cerută este 1,7. **2.** a) 20 cm; b) În situaţia de la a) avem $OM = 50$ cm. În caz contrar, avem $OM = 10$ cm.

Probleme recapitulative

1. a) 115; b) 1000; c) 2800; d) 35. **2.** a) De exemplu: 12, 102, 300, 3000; b) 118, 181, 811, 222, 124, 142, 241, 214, 412, 421. **3.** 1024, respectiv 9876. **4.** 20 de numere, dintre care 8 sunt impare. **5.** 233 (observăm că 2 = 1 + 1, 3 = 2 + 1, 5 = 3 + 2, 8 = 5 + 3 etc.). **6.** $A = (2 – 1) + (4 – 3) + (6 – 5) + \ldots + (20 – 19) = 1 + 1 + 1 + \ldots + 1 = 10$. **7.** Din $ab = 420$ şi $(a + 5) \cdot b = 480$ obţinem $5b = 60$, de unde $b = 12$, iar $a = 35$. **8.** Avem $11a + b = 11b + a + 20 \Rightarrow a = b + 2$. Numerele căutate sunt 31, 42, 53, 64, 75, 86 şi 97. **9.** Împărţitorul poate fi 998 sau 999. Găsim numerele 10977 şi 10987. **10.** Numerele căutate au forma $17c + c = 18c$, unde $6 \leq c \leq 16$. Există 11 astfel

CUPRINS

FRACŢII ORDINARE. FRACŢII ZECIMALE

CAPITOLUL IV. FRACŢII ORDINARE

CAPITOLUL V. FRACŢII ZECIMALE

ELEMENTE DE GEOMETRIE ŞI UNITĂŢI DE MĂSURĂ

CAPITOLUL VI. PUNCTE. DREPTE. PLANE