Acest auxiliar didactic este aprobat pentru utilizarea în unitățile de învățământ preuniversitar prin O.M.E.N. nr. 3530/04.04.2018.
Lucrarea este elaborată în conformitate cu Programa școlară în vigoare pentru clasa a VI-a, aprobată prin O.M.E.N. nr. 3393/28.02.2017.

Referință științifică: Lucrarea a fost definitivată prin contribuția și recomandările Comisiei științifice și metodice a publicațiilor Societății de Științe Matematice din România. Aceasta și-a dat avizul favorabil în ceea ce privește alcătuirea și conținutul matematic.

Redactare: Iuliana Ene, Andreea Roșca
Tehnoredactare: Roxana Pietreanu, Adriana Vlădescu
Pregătire de tipar: Marius Badea
Design copertă: Mirona Pintilie

Descrierea CIP a Bibliotecii Naționale a României
TUDOR, ION
Matematică : algebră, geometrie : modalități de lucru diferențiate, pregătire suplimentară prin planuri individualizate : caiet de lucru : clasa 6 / Ion Tudor. – Ed. a 7-a, reviz. – Pitești : Paralela 45, 2023
2 vol.
ISBN 978-973-47-3891-5
Partea 2. – 2023. – ISBN 978-973-47-3921-9

51

COMENZI – CARTEA PRIN POŞTĂ

EDITURA PARALELA 45
Bulevardul Republicii, Nr. 148, Clădirea C1, etaj 4, Pitești, jud. Argeş, cod 110177
Tel.: 0248 633 130; 0753 040 444; 0721 247 918
Tel./fax: 0248 214 533; 0248 631 439; 0248 631 492
E-mail: **comenzi@edituraparalela45.ro**
sau accesaţi **www.edituraparalela45.ro**

Tiparul executat la tipografia *Editurii Paralela 45*
E-mail: tipografie@edituraparalela45.ro

Copyright © Editura Paralela 45, 2023
Prezenta lucrare folosește denumiri ce constituie mărci înregistrate,
iar conținutul este protejat de legislația privind dreptul de proprietate intelectuală.
www.edituraparalela45.ro

EDITURA PARALELA 45

Ion TUDOR

matematică

algebră, geometrie

• Modalități de lucru diferențiate
• Pregătire suplimentară prin planuri individualizate

Caiet de lucru

Partea a II-a

6

Ediția a VII-a

Editura Paralela 45

EDITURA PARALELA 45

ALGEBRĂ

Capitolul III
MULȚIMEA NUMERELOR ÎNTREGI

Lecția 1. Mulțimea numerelor întregi. Opusul unui număr întreg

Citesc și rețin

Numerele naturale nenule scrise cu semnul „+” în față: +1, +2, +3, … se numesc numere întregi pozitive. Mulțimea numerelor întregi pozitive se notează cu $\mathbb{Z}_+$, deci $\mathbb{Z}_+ = \{+1, +2, +3, \ldots\}$ și avem $\mathbb{N}^* = \mathbb{Z}_+$.

Numerele naturale nenule scrise cu semnul „–” în față: –1, –2, –3, … se numesc numere întregi negative. Mulțimea numerelor întregi negative se notează cu $\mathbb{Z}_-$, deci $\mathbb{Z}_- = \{-1, -2, -3, \ldots\}$.

Numărul natural 0 este singurul număr întreg care nu este nici pozitiv, nici negativ.

Mulțimea numerelor întregi se notează cu $\mathbb{Z}$ și se definește astfel: $\mathbb{Z} = \mathbb{Z}_- \cup \{0\} \cup \mathbb{Z}_+$.

Mulțimea $\mathbb{Z}^* = \mathbb{Z} \setminus \{0\}$ se numește mulțimea numerelor întregi nenule.

Numerele întregi care aparțin reuniunii $\{0\} \cup \mathbb{Z}_+$ se numesc numere întregi nenegative.

Definiție: Prin **opusul numărului** întreg nenul a înțelegem numărul întreg $-a$. Opusul numărului întreg 0 este numărul întreg 0.

Exemple: Opusul numărului întreg 5 este numărul întreg –5.
Opusul numărului întreg –8 este numărul întreg 8.

Cum se aplică?

1. Se consideră mulțimea $A = \{-6, 15, 0, -21, 8\}$. Determinați mulțimile:

a) $E = \{x \in A \mid x \in \mathbb{Z}_+\}$;

b) $F = \{x \in A \mid x \in \mathbb{Z}_-\}$.

Soluție:

a) $E = \{15, 8\}$; b) $F = \{-6, -21\}$.

2. Scrieți opusele următoarelor numere întregi:

a) –9; b) 0; c) 17; d) –11.

Soluție:

a) 9; b) 0; c) –17; d) 11.

EDITURA PARALELA 45

Știu să rezolv

Exerciții și probleme de dificultate minimă

1. Citiți mulțimile următoare:

a) $\mathbb{Z}_+$; b) $\mathbb{Z}_-$; c) $\mathbb{Z}^*$; d) $\mathbb{Z}$.

2. Stabiliți valoarea de adevăr a următoarelor propoziții:

a) $-25 \in \mathbb{Z}_-$; $\square$ b) $42 \in \mathbb{Z}_+$; $\square$ c) $51 \notin \mathbb{Z}_-$; $\square$ d) $-71 \notin \mathbb{Z}_+$; $\square$

e) $49 \notin \mathbb{Z}_+$; $\square$ f) $-28 \in \mathbb{Z}_-$; $\square$ g) $-35 \notin \mathbb{Z}_-$; $\square$ h) $87 \in \mathbb{Z}_+$. $\square$

3. Se consideră mulțimea $A = \{-2, 4, -5, 7, 8, -1, 0, -13, 12, -9\}$. Enumerați elementele mulțimilor:

a) $A_1 = \{x \in A \mid x \in \mathbb{Z}_+\}$; b) $A_2 = \{x \in A \mid x \in \mathbb{Z}_-\}$.

a)
b)

4. Stabiliți valoarea de adevăr a următoarelor propoziții:

a) Mulțimea $\mathbb{Z}_+$ este finită. $\square$ b) Mulțimea $\mathbb{Z}_-$ este finită. $\square$

c) Mulțimea $\mathbb{Z}^*$ este infinită. $\square$ d) Mulțimea $\mathbb{Z}$ este infinită. $\square$

5. Se consideră mulțimea $E = \{-15, 0, 6, -8, 2, 17\}$. Determinați următoarele mulțimi:

a) $E \cap \mathbb{Z}_-$; b) $E \cap \mathbb{Z}_+$; c) $E \cap \mathbb{Z}^*$; d) $E \setminus \mathbb{Z}_-$; e) $E \setminus \mathbb{Z}_+$; f) $E \setminus \mathbb{Z}^*$.

a)
e)

6. Completați tabelul următor:

Numărul	43	–7	–25	134	0	–91	–72	64	–8
Opusul									

7. Completați tabelul următor:

Numărul	–6			201		–18			92
Opusul		42	–58		307		–9	83	

Exerciții și probleme de dificultate redusă

8. Se consideră mulțimea $A = \{-6, -5, 2, 0, 1, 7, -13\}$. Determinați mulțimea $B = \{y \mid y$ este opusul lui $x, x \in A\}$.

9. Se consideră mulțimea $E = \{-1, -4, 6, -11, 8, 0, 9\}$. Determinați mulțimea $F = \{y \mid y$ este opusul lui $x, x \in E\}$.

EDITURA PARALELA 45

Lecția 4. Adunarea numerelor întregi. Proprietățile adunării

Citesc și rețin

Suma a două numere întregi x și y este un număr întreg unic, notat $x + y$. Operația prin care se obține suma a două numere se numește **adunare**.

Suma numerelor întregi x și y, pe care o notăm cu S, se obține astfel:

- dacă $x > 0$ și $y > 0$, atunci $S = +(|x| + |y|)$;
- dacă $x < 0$ și $y < 0$, atunci $S = -(|x| + |y|)$;
- dacă $x > 0$, $y < 0$ și $|x| > |y|$, atunci $S = +(|x| - |y|)$;
- dacă $x > 0$, $y < 0$ și $|x| = |y|$, atunci $S = 0$;
- dacă $x > 0$, $y < 0$ și $|x| < |y|$, atunci $S = -(|y| - |x|)$;
- dacă $x = 0$, atunci $S = y$, iar dacă $y = 0$, atunci $S = x$.

Proprietățile adunării

- **Comutativitatea:** $x + y = y + x$, pentru orice $x, y \in \mathbb{Z}$;
- **Asociativitatea:** $(x + y) + z = x + (y + z)$, pentru orice $x, y, z \in \mathbb{Z}$;
- **0 este element neutru:** $x + 0 = 0 + x = x$, oricare ar fi $x \in \mathbb{Z}$.

Cum se aplică?

1. Efectuați:

a) $5 + 39$; b) $(-7) + (-8)$; c) $14 + (-8)$; d) $(-29) + 16$.

Soluție:

a) $5 + 39 = +(5 + 39) = +44 = 44$;
b) $(-7) + (-8) = -(7 + 8) = -15$;
c) $14 + (-8) = +(14 - 8) = +6 = 6$;
d) $(-29) + 16 = -(29 - 16) = -13$.

2. Calculați:

a) $(-12) + (-23) + 31$; b) $|-8| + (-27) + |16|$.

Soluție:

a) $(-12) + (-23) + 31 = (-35) + 31 = -4$;
b) $|-8| + (-27) + |16| = 8 + (-27) + 16 = -19 + 16 = -3$.

Știu să rezolv

Exerciții și probleme de dificultate minimă

1. Efectuați:

a) $(-5) + (-7) =$ ☐☐☐ b) $(-4) + (-6) =$ ☐☐☐ c) $(-6) + (-9) =$ ☐☐☐
d) $(-14) + (-4) =$ ☐☐☐ e) $(-7) + (-25) =$ ☐☐☐ f) $(-29) + (-8) =$ ☐☐☐

2. Efectuați:

a) $8 + (-2) =$ ☐☐☐ b) $(-5) + 8 =$ ☐☐☐ c) $9 + (-7) =$ ☐☐☐
d) $(-19) + 8 =$ ☐☐☐ e) $6 + (-23) =$ ☐☐☐ f) $(-28) + 9 =$ ☐☐☐

EDITURA PARALELA 45

3. Completați tabelul următor:

x	–20	45	–26	–25	–50	80	–70	–67
y	32	–23	–18	–35	15	–45	–20	42
$x + y$								

4. Aflați suma următoarelor numere întregi:

a) –5 și –8; b) 13 și –7; c) –4 și –9; d) –6 și 16;
e) –26 și –8; f) 29 și –35; g) –4 și –49; h) –56 și 27.

f)

h)

5. Într-o zi de iarnă, temperatura minimă pe țară a fost de –21°C. Determinați temperatura minimă pe țară din ziua următoare, știind că aceasta a fost mai scăzută cu 2°C.

Exerciții și probleme de dificultate redusă

6. Marea Moartă se află la altitudinea de –394 m. O echipă de cercetători a scufundat o cameră de luat vederi la adâncimea de 17 m pentru a detecta eventualele forme de viață din această mare. Determinați altitudinea camerei de luat vederi.

7. Calculați:

a) (–5) + (–6) + (–25); b) (–7) + (–32) + (–4); c) (–39) + (–8) + (–3);
d) (–2) + (–45) + (–12); e) (–19) + (–6) + (–52); f) (–56) + (–7) + (–15).

8. Calculați:

a) (–18) + 24 + (–8); b) (–14) + (–9) + 20; c) 25 + (–17) + (–28);
d) (–27) + 31 + (–11); e) (–38) + 30 + (–17); f) (–42) + (–16) + 70.

9. Calculați:

a) $|-21| + (-5)$; b) $(-19) + |-7|$; c) $|26| + (-12)$;
d) $|-6| + (-37)$; e) $(-34) + |18|$; f) $|-35| + (-8)$.

10. Calculați:

a) $|-12| + |25| + (-20)$; b) $|26| + (-80) + |-45|$; c) $(-49) + |-13| + |42|$;
d) $|-54| + (-95) + |31|$; e) $|-43| + (-75) + |19|$; f) $(-80) + |25| + |-37|$.

Exerciții și probleme de dificultate medie

11. Calculați:

a) 20 + (–25) + (–33) + 49; b) (–14) + (–13) + 30 + (–8);
c) (–24) + 27 + 20 + (–18); d) (–45) + 29 + (–32) + (–2).

12. Calculați:

a) $|-8| + (-37) + (-25) + |31|$; b) $(-4) + |-39| + (-63) + |17|$;
c) $|61| + (-5) + |-24| + (-70)$; d) $(-57) + (-6) + |18| + |-35|$.

EDITURA PARALELA 45

Lecția 6. Înmulțirea numerelor întregi. Proprietățile înmulțirii

Citesc și rețin

Produsul a două numere întregi x și y este un număr întreg unic, notat $x \cdot y$. Operația prin care se obține produsul a două numere se numește **înmulțire**.

Produsul numerelor întregi x și y pe care îl notăm cu P se obține astfel:

- dacă $x > 0$ și $y > 0$ sau $x < 0$ și $y < 0$, atunci $P = +|x| \cdot |y|$;
- dacă $x > 0$ și $y < 0$ sau $x < 0$ și $y > 0$, atunci $P = -|x| \cdot |y|$;
- dacă $x = 0$ sau $y = 0$, atunci $P = 0$.

Proprietățile înmulțirii

- **Comutativitatea:** $x \cdot y = y \cdot x$, pentru orice $x, y \in \mathbb{Z}$;
- **Asociativitatea:** $(x \cdot y) \cdot z = x \cdot (y \cdot z)$, pentru orice $x, y, z \in \mathbb{Z}$;
- **1 este element neutru:** $x \cdot 1 = 1 \cdot x = x$, pentru orice $x \in \mathbb{Z}$;
- **Distributivitatea** față de adunare și scădere:

$x \cdot (y + z) = x \cdot y + x \cdot z$, pentru orice $x, y, z \in \mathbb{Z}$;

$x \cdot (y - z) = x \cdot y - x \cdot z$, pentru orice $x, y, z \in \mathbb{Z}$.

Cum se aplică?

1. Efectuați:

a) $12 \cdot 10$; b) $(-5) \cdot (-4)$; c) $(-7) \cdot 8$; d) $9 \cdot (-6)$.

Soluție:

a) $12 \cdot 10 = 120$; b) $(-5) \cdot (-4) = 20$; c) $(-7) \cdot 8 = -56$; d) $9 \cdot (-6) = -54$.

2. Calculați:

a) $(-7) \cdot (-3) + 5 \cdot (-6)$; b) $|-2| \cdot (-8) - (-4) \cdot |6|$.

Soluție:

a) $(-7) \cdot (-3) + 5 \cdot (-6) = 21 + (-30) = -9$;

b) $|-2| \cdot (-8) - (-4) \cdot |6| = 2 \cdot (-8) - (-4) \cdot 6 = (-16) - (-24) = (-16) + 24 = 8$.

Știu să rezolv

Exerciții și probleme de dificultate minimă

1. Efectuați:

a) $(-2) \cdot 8 =$ ☐☐☐ b) $(-5) \cdot 7 =$ ☐☐☐ c) $6 \cdot (-3) =$ ☐☐☐

d) $(-4) \cdot 10 =$ ☐☐☐ e) $12 \cdot (-3) =$ ☐☐☐ f) $14 \cdot (-5) =$ ☐☐☐

2. Efectuați:

a) $(-2) \cdot (-7) =$ ☐☐☐ b) $(-5) \cdot (-6) =$ ☐☐☐ c) $(-4) \cdot (-8) =$ ☐☐☐

d) $(-4) \cdot (-12) =$ ☐☐☐ e) $(-15) \cdot (-5) =$ ☐☐☐ f) $(-3) \cdot (-18) =$ ☐☐☐

EDITURA PARALELA 45

3. Completați tabelul următor:

x	20	–7	–14	–6	–8	50	–4	25
y	–3	10	–5	–15	30	–6	18	–8
$x \cdot y$								

4. Calculați:

a) $(-36) \cdot 10 =$ ....; b) $(-10) \cdot 45 =$ ....;
c) $(-100) \cdot (-73) =$ ....; d) $(-56) \cdot (-100) =$ ....;
e) $(-49) \cdot (-1000) =$ ....; f) $(-84) \cdot (-1000) =$ ....

5. Calculați:

a) $(-4) \cdot |-8|$; b) $|13| \cdot (-3)$; c) $|-7| \cdot (-6)$; d) $(-8) \cdot |10|$;
e) $(-20) \cdot |14|$; f) $|-18| \cdot (-9)$; g) $(-25) \cdot |12|$; h) $|-35| \cdot (-5)$.

f)

g)

Exerciții și probleme de dificultate redusă

6. Calculați:

a) $(-3) \cdot 2 \cdot (-4)$; b) $3 \cdot (-4) \cdot (-5)$; c) $(-5) \cdot (-6) \cdot 7$;
d) $(-5) \cdot 3 \cdot (-8)$; e) $(-4) \cdot (-7) \cdot 5$; f) $9 \cdot (-3) \cdot (-6)$.

7. Calculați:

a) $(-2) \cdot (-4) \cdot (-3)$; b) $(-2) \cdot (-7) \cdot (-5)$; c) $(-3) \cdot (-4) \cdot (-6)$;
d) $(-5) \cdot (-7) \cdot (-2)$; e) $(-8) \cdot (-9) \cdot (-3)$; f) $(-5) \cdot (-6) \cdot (-8)$.

8. Calculați:

a) $70 + 5 \cdot (-8)$; b) $44 + (-6) \cdot 9$;
c) $-7 + (-4) \cdot 6$; d) $-8 + 7 \cdot (-3)$.

9. Calculați:

a) $(-5) \cdot (-7) - 42$; b) $(-3) \cdot (-9) - 50$;
c) $(-4) \cdot (-8) - (-7)$; d) $(-6) \cdot (-7) - (-4)$.

10. Calculați:

a) $(-2) \cdot (-7) + (-5) \cdot (-3)$; b) $(-5) \cdot (-7) - (-4) \cdot (-9)$;
c) $(-15) \cdot 5 + (-10) \cdot (-3)$; d) $(-8) \cdot (-12) + (-25) \cdot 6$.

Exerciții și probleme de dificultate medie

11. Scrieți sub forma cea mai simplă opusul numărului întreg x în următoarele cazuri:

a) $x = |-4| \cdot (-10) + |20| \cdot (-3)$; b) $x = (-8) \cdot |-15| - |30| \cdot (-5)$;
c) $x = |-12| \cdot (-6) + |14| \cdot (-5)$; d) $x = (-5) \cdot |-18| - |35| \cdot (-4)$.

12. Calculați:

a) $|5| \cdot (-6) \cdot (-3) + 10 \cdot (-12)$; b) $3 \cdot |-6| \cdot (-4) - (-7) \cdot (-13)$;
c) $(-5) \cdot (-16) + |-7| \cdot 2 \cdot (-8)$; d) $10 \cdot (-17) + (-3) \cdot |5| \cdot (-9)$.

EDITURA PARALELA 45

Lecția 9. Reguli de calcul cu puteri

Citesc și rețin

Regulile de calcul cu puteri care au baza număr întreg sunt aceleași ca și în cazul puterilor care au baza număr natural.

- $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$, oricare ar fi $a \in \mathbb{Z}^*$ și $m, n \in \mathbb{N}$;
- $a^m : a^n = a^{m-n}$, oricare ar fi $a \in \mathbb{Z}^*$ și $m, n \in \mathbb{N}$, $m \geq n$;
- $(a^m)^n = a^{m \cdot n}$, oricare ar fi $a \in \mathbb{Z}^*$ și $m, n \in \mathbb{N}$;
- $(a \cdot b)^m = a^m \cdot b^m$, oricare ar fi $a, b \in \mathbb{Z}^*$ și $m \in \mathbb{N}$;
- $(a : b)^m = a^m : b^m$, oricare ar fi $a, b \in \mathbb{Z}^*$ și $m \in \mathbb{N}$.

Cum se aplică?

1. Calculați, folosind regulile de calcul cu puteri:

a) $(-5)^{19} \cdot (-5)^8$; b) $(-6)^{41} : (-6)^7$; c) $[(-7)^{10}]^4$.

Soluție:

a) $(-5)^{19} \cdot (-5)^8 = (-5)^{19+8} = (-5)^{27}$; b) $(-6)^{41} : (-6)^7 = (-6)^{41-7} = (-6)^{34}$;

c) $[(-7)^{10}]^4 = (-7)^{10 \cdot 4} = (-7)^{40}$.

2. Calculați, folosind regulile de calcul cu puteri:

a) $[(-19) \cdot (-19)^4 \cdot (-19)^5]^7$; b) $[(-3) \cdot (-3)^3]^5 : [(-3)^4]^3$.

Soluție:

a) $[(-19) \cdot (-19)^4 \cdot (-19)^5]^7 = [(-19)^{1+4+5}]^7 = [(-19)^{10}]^7 = (-19)^{10 \cdot 7} = (-19)^{70}$;

b) $[(-3) \cdot (-3)^3]^5 : [(-3)^4]^3 = [(-3)^{1+3}]^5 : (-3)^{4 \cdot 3} = [(-3)^4]^5 : (-3)^{12} = (-3)^{4 \cdot 5} : (-3)^{12} = (-3)^{20} : (-3)^{12} = (-3)^{20-12} = (-3)^8$.

Știu să rezolv

Exerciții și probleme de dificultate minimă

1. Stabiliți valoarea de adevăr a propozițiilor:

a) $(-2)^{23} \cdot (-2)^{51} = (-2)^{74}$; ☐ b) $(-4)^{60} \cdot (-4)^{37} = (-4)^{23}$; ☐

c) $(-3)^{53} : (-3)^{20} = (-3)^{33}$; ☐ d) $(-6)^{29} : (-6)^{15} = (-6)^{14}$; ☐

e) $[(-5)^{12}]^4 = (-5)^{48}$; ☐ f) $[(-7)^{80}]^5 = (-7)^{18}$. ☐

2. Efectuați următoarele înmulțiri, folosind formula $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$:

a) $13^{25} \cdot 13^{15} =$ ....; b) $17^{19} \cdot 17^{18} =$ ....; c) $19^{23} \cdot 19^{17} =$ ....;

d) $(-5)^{30} \cdot (-5)^9 =$ ....; e) $(-6)^5 \cdot (-6)^{38} =$ ....; f) $(-3)^8 \cdot (-3)^{36} =$ ....

3. Efectuați următoarele împărțiri, folosind formula $a^m : a^n = a^{m-n}$:

a) $29^{40} : 29^{25} =$ ....; b) $31^{35} : 31^{16} =$ ....; c) $43^{42} : 43^{18} =$ ....;

d) $(-2)^{40} : (-2)^5 =$ ....; e) $(-5)^{48} : (-5)^9 =$ ....; f) $(-7)^{52} : (-7)^7 =$ ....

EDITURA PARALELA 45

Lecția 11. Ecuații în $\mathbb{Z}$

Citesc și rețin

O egalitate de forma $x + a = b$, $x \cdot a = b$, $x : a = b$ $(a \neq 0)$, $ax + b = c$ $(a \neq 0)$, unde a, b, $c \in \mathbb{Z}$ și $x \in \mathbb{Z}$ se numește **ecuație cu o necunoscută**.

Numerele întregi a, b și c se numesc coeficienți, iar numărul întreg x se numește necunoscută sau variabilă.

Definiție: Un număr $u \in \mathbb{Z}$ se numește **soluție** a ecuației $ax + b = c$, $(a \neq 0)$ și $x \in \mathbb{Z}$ dacă $au + b = c$ (u verifică ecuația).

A rezolva ecuația $ax + b = c$, $(a \neq 0)$ și $x \in \mathbb{Z}$ înseamnă a determina mulțimea de soluții $S = \{u \in \mathbb{Z} \mid au + b = c\}$.

Definiție: Două ecuații cu o necunoscută se numesc **echivalente** dacă au aceeași mulțime de soluții.

Cum se aplică?

1. Verificați dacă numărul întreg -3 este soluție pentru ecuația:
a) $6 : x = -2$; b) $1 - 2x = 5$.

Soluție:
a) $6 : x = -2 \Rightarrow 6 : (-3) = -2 \Rightarrow -2 = -2$ (A), deci -3 este soluție;
b) $1 - 2x = 5 \Rightarrow 1 - 2 \cdot (-3) = 5 \Rightarrow 1 + 6 = 5 \Rightarrow 7 = 5$ (F), deci -3 nu este soluție.

2. Rezolvați în mulțimea numerelor întregi ecuațiile:
a) $3x + 1 = -2$; b) $x : (-5) = -4$.

Soluție:
a) $3x + 1 = -2 \Leftrightarrow 3x = -2 - 1 \Leftrightarrow 3x = -3 \Leftrightarrow x = (-3) : 3 \Leftrightarrow x = -1$;
b) $x : (-5) = -4 \Leftrightarrow x = (-4) \cdot (-5) \Leftrightarrow x = 20$.

3. Rezolvați în $\mathbb{Z}$ ecuațiile următoare:
a) $28 : (-x) + 5 = -9$; b) $5(9 - 2x) = 25 - 6x$.

Soluție:
a) $28 : (-x) + 5 = -9 \Leftrightarrow 28 : (-x) = -9 - 5 \Leftrightarrow 28 : (-x) = -14 \Leftrightarrow -x = 28 : (-14) \Leftrightarrow$
$\Leftrightarrow -x = -2 \Leftrightarrow x = 2$;
b) $5(9 - 2x) = 25 - 6x \Leftrightarrow 45 - 10x = 25 - 6x \Leftrightarrow -10x + 6x = 25 - 45 \Leftrightarrow -4x =$
$= -20 \Leftrightarrow x = (-20) : (-4) \Leftrightarrow x = 5$.

Știu să rezolv

Exerciții și probleme de dificultate minimă

1. Verificați dacă numărul întreg -2 este soluție pentru ecuația:
a) $x + 7 = 5$; b) $4x = -10$; c) $-7x = 14$; d) $8 - x = 6$;
e) $18 : (-x) = 9$; f) $5x = x - 8$; g) $3(x - 1) = 9$; h) $x : (-2) = 12$.

EDITURA PARALELA 45

g)

2. Rezolvați în mulțimea numerelor întregi ecuațiile:

a) $x + 4 = 1$; b) $x + 6 = 2$; c) $x + 8 = 2$; d) $x + 7 = 3$;
e) $x - 5 = -3$; f) $x - 2 = -5$; g) $x - 4 = -9$; h) $x - 6 = -7$.

d)

g)

3. Rezolvați în $\mathbb{Z}$ ecuațiile următoare:

a) $2x = -8$; b) $3x = -6$; c) $4x = -8$; d) $3x = -9$;
e) $-4x = -12$; f) $-3x = -15$; g) $-2x = -14$; h) $-4x = -24$.

c)

h)

Exerciții și probleme de dificultate redusă

4. Rezolvați ecuațiile următoare, unde $x \in \mathbb{Z}$:

a) $x : (-5) = 4$; b) $x : (-3) = 5$; c) $x : (-7) = 2$; d) $x : (-4) = 7$;
e) $x : (-8) = -5$; f) $x : (-7) = -4$; g) $x : (-4) = -9$; h) $x : (-9) = -3$.

5. Rezolvați în $\mathbb{Z}^*$ următoarele ecuații:

a) $20 : x = -5$; b) $28 : x = -7$; c) $36 : x = -6$; d) $42 : x = -6$;
e) $-16 : x = -4$; f) $-18 : x = -2$; g) $-27 : x = -3$; h) $-35 : x = -7$.

6. Rezolvați în mulțimea numerelor întregi ecuațiile:

a) $2x - 5 = -9$; b) $3x + 4 = -5$; c) $4x - 1 = -9$;
d) $7 - 5x = -13$; e) $2 - 9x = -25$; f) $6 - 4x = -22$.

Exerciții și probleme de dificultate medie

7. Rezolvați în mulțimea numerelor întregi ecuațiile:

a) $5x - 21 = 2x$; b) $7x + 48 = -x$; c) $30 - 3x = 2x$;
d) $-x + 56 = 6x$; e) $42 - x = -7x$; f) $-x - 27 = 2x$.

8. Rezolvați în mulțimea numerelor întregi ecuația:

a) $3(2x - 5) = -9$; b) $7(3x + 1) = -14$; c) $5(4x + 3) = 15$;
d) $2(5 - 6x) = 34$; e) $3(4 + 5x) = 42$; f) $4(6 + 2x) = -8$.

9. Rezolvați în $\mathbb{Z}$ ecuațiile următoare:

a) $4x - 6 = 2x - 14$; b) $7x + 15 = 4x - 6$; c) $8x - 5 = 4x - 17$;
d) $10 - 2x = 3x - 15$; e) $13 - 7x = 23 - 2x$; f) $39 - 9x = 21 - 3x$.

EDITURA PARALELA 45

Lecția 13. Probleme care se rezolvă cu ajutorul ecuațiilor sau inecuațiilor

Citesc și rețin

Rezolvarea unei probleme cu ajutorul ecuației sau inecuației cuprinde următoarele etape:

- identificarea și notarea necunoscutei;
- punerea problemei în ecuație sau inecuație (modelul matematic);
- rezolvarea ecuației sau a inecuației;
- analiza și interpretarea rezultatului.

Cum se aplică?

1. Suma a două numere întregi consecutive este egală cu –53. Determinați cele două numere.

Soluție:

Notăm cu x și $x + 1$ cele două numere.

$x + x + 1 = -53 \Leftrightarrow 2x = -53 - 1 \Leftrightarrow 2x = -54 \Leftrightarrow x = -54 : 2 \Leftrightarrow x = -27$, deci $x + 1 = -26$.

2. Un sfert din modulul unui număr întreg este mai mic decât 1. Determinați numărul respectiv.

Soluție:

Notăm cu x numărul necunoscut.

$|x| : 4 < 1 \Leftrightarrow |x| < 1 \cdot 4 \Leftrightarrow |x| < 4 \Leftrightarrow -4 < x < 4 \Leftrightarrow x \in \{-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3\}$.

3. Diferența dintre dublul unui număr necunoscut și o treime din suma dintre acesta și numărul întreg –28 este egală cu –44. Aflați numărul respectiv.

Soluție:

Notăm cu x numărul necunoscut.

$${}^{3)}2x - \frac{1}{3}[x + (-28)] = {}^{3)}-44 \Leftrightarrow 6x - x + 28 = -132 \Leftrightarrow 5x = -132 - 28 \Leftrightarrow 5x = -160 \Leftrightarrow x = -160 : 5 \Leftrightarrow x = -32.$$

Știu să rezolv

Exerciții și probleme de dificultate minimă

1. Suma dintre un număr întreg și –23 este egală cu 17. Aflați numărul respectiv.

EDITURA PARALELA 45

2. Determinați un număr întreg, știind că diferența dintre acesta și 40 este egală cu –61.

3. Aflați un număr întreg, știind că suma dintre dublul acestuia și 45 este egală cu 19.

4. Aflați un număr întreg, știind că diferența dintre triplul acestuia și 25 este egală cu –52.

Exerciții și probleme de dificultate redusă

5. Aflați un număr întreg, știind că suma dintre acesta și jumătatea lui este egală cu –51.

6. Diferența dintre un număr întreg și un sfert din acesta este egală cu –102. Aflați numărul respectiv.

7. Suma a două numere întregi de aceeași paritate este egală cu –92. Aflați cele două numere.

Exerciții și probleme de dificultate medie

8. Aflați trei numere întregi consecutive, știind că suma lor este egală cu –48.

9. Aflați un număr întreg, știind că dublul sumei dintre acesta și –27 este egal cu –30.

10. Mărind un număr întreg cu $\frac{4}{5}$ din el, obținem 45. Aflați numărul respectiv.

11. Micșorând dublul unui număr întreg cu 60% din acesta, obținem 21. Aflați numărul respectiv.

12. Aflați un număr întreg, știind că dublul sumei dintre acesta și $\frac{1}{3}$ din el este cu 3 mai mic decât –29.

13. Media aritmetică a trei numere întregi este egală cu –33. Dacă media aritmetică a primelor două numere este egală cu –29, aflați cel de-al treilea număr.

EDITURA PARALELA 45

Capitolul IV
MULȚIMEA NUMERELOR RAȚIONALE

Lecția 14. Mulțimea numerelor raționale. Reprezentarea numerelor raționale pe axa numerelor. Opusul unui număr rațional. Modulul unui număr rațional

Citesc și rețin

Definiție: Orice pereche de numere naturale (a, b), $a \neq 0$, $b \neq 0$, scrisă sub forma $\frac{a}{b}$ reprezintă un număr rațional pozitiv.

Orice fracție echivalentă cu fracția $\frac{a}{b}$ reprezintă același număr rațional pozitiv, prin urmare mulțimea fracțiilor echivalente cu fracția $\frac{a}{b}$ reprezintă numărul rațional pozitiv $\frac{a}{b}$.

Exemplu: Mulțimea $\left\{\frac{1}{2}, \frac{2}{4}, \frac{3}{6}, \ldots\right\}$ reprezintă numărul rațional pozitiv $\frac{1}{2}$.

Mulțimea numerelor raționale pozitive se notează cu $\mathbb{Q}_+$.

Definiție: Dacă $\frac{a}{b}$ ($a \in \mathbb{N}^*$, $b \in \mathbb{N}^*$) este un număr rațional pozitiv, numărul $-\frac{a}{b}$ îl vom numi număr rațional negativ.

Mulțimea numerelor raționale negative se notează cu $\mathbb{Q}_-$.

Reuniunea mulțimilor $\mathbb{Q}_-$, $\{0\}$ și $\mathbb{Q}_+$ se numește mulțimea numerelor raționale și se notează cu $\mathbb{Q}$. În concluzie: $\mathbb{Q} = \mathbb{Q}_- \cup \{0\} \cup \mathbb{Q}_+$.

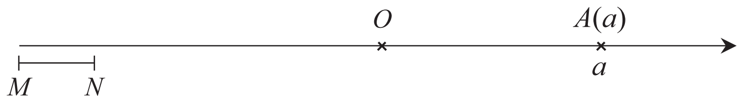
Definiție: O pereche de numere întregi (a, b), $b \neq 0$, scrisă sub forma $\frac{a}{b}$ reprezintă un număr rațional.

Observații:

- Între mulțimile $\mathbb{N}$, $\mathbb{Z}$ și $\mathbb{Q}$ au loc incluziunile: $\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{Q}$.
- Orice număr rațional poate fi reprezentat printr-o fracție ordinară sau printr-o fracție zecimală finită sau infinită periodică (simplă sau mixtă).
- Transformarea unei fracții ordinare în fracție zecimală și transformarea unei fracții zecimale în fracție ordinară au fost predate în clasa a V-a.

EDITURA PARALELA 45

Axa numerelor este o dreaptă pe care se fixează un punct O, numit origine, se stabilește un sens de parcurgere (de la origine spre dreapta), și se alege o unitate de măsură (un segment MN de lungime oarecare).



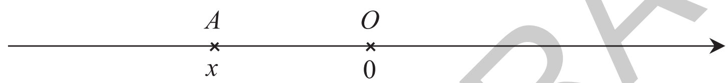
Oricărui număr rațional a îi corespunde pe axa numerelor un punct A, notat $A(a)$, care se numește imaginea numărului a. Numărul rațional a se numește abscisa punctului A.

Definiție: Două numere raționale se numesc opuse dacă sunt abscisele a două puncte de pe axa numerelor, simetrice în raport cu originea acesteia.

Observație: Opusul numărului rațional 0 este 0.

Exemple: opusul numărului $\frac{4}{5}$ este $-\frac{4}{5}$; opusul numărului $-\frac{3}{8}$ este $\frac{3}{8}$.

Definiție: Distanța, măsurată pe axa numerelor, între origine și punctul a cărui abscisă este numărul rațional x se numește modulul lui x și se notează $|x|$.



$|x| = OA$

Proprietățile modulului

1. $|x| \geq 0$, oricare ar fi $x \in \mathbb{Q}$.
2. $|x| = 0$, dacă și numai dacă $x = 0$.
3. $|x| = |-x|$, oricare ar fi $x \in \mathbb{Q}$.
4. $|x| = \begin{cases} x, \text{ dacă } x \geq 0 \\ -x, \text{ dacă } x < 0 \end{cases}$.

Definiție: Partea întreagă a numărului rațional x, notată $[x]$, este cel mai mare număr întreg mai mic sau egal cu x.

Exemple: $\left[\frac{8}{3}\right] = \left[2\frac{2}{3}\right] = 2$; $[-7,2] = -8$.

Observație: Dacă $x \in \mathbb{Q}$, atunci $[x] \leq x < [x] + 1$.

Definiție: Partea fracționară a numărului rațional x, notată $\{x\}$ este diferența dintre x și partea sa întreagă ($\{x\} = x - [x]$).

Exemple: $\left\{\frac{8}{3}\right\} = \frac{8}{3} - \left[\frac{8}{3}\right] = \frac{8}{3} - {}^{3)}2 = \frac{8}{3} - \frac{6}{3} = \frac{2}{3} = 0,(6)$; $\{-7,2\} = -7,2 - [-7,2] = -7,2 - (-8) = -7,2 + 8 = 0,8$.

Observație: Dacă $x \in \mathbb{Q}$, atunci $0 \leq \{x\} < 1$.

Cum se aplică?

1. Transformați în fracții ordinare ireductibile următoarele fracții zecimale:

a) 1,2; b) 4,(6); c) 2,8(3).

EDITURA PARALELA 45

Soluție:

a) $1{,}2 = \frac{12^{(2}}{10} = \frac{6}{5}$; b) $4{,}(6) = 4\frac{6^{(3}}{9} = 4\frac{2}{3} = \frac{14}{3}$;

c) $2{,}8(3) = 2\frac{83-8}{90} = 2\frac{75^{(15}}{90} = 2\frac{5}{6} = \frac{17}{6}$.

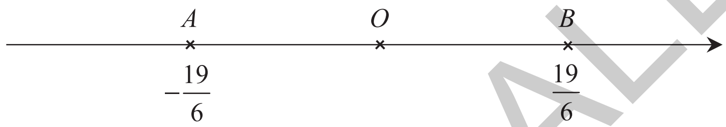
2. Se consideră numărul rațional $x = \frac{19}{6}$.

a) Reprezentați pe axa numerelor opusul și modulul numărului rațional x.

b) Pentru opusul numărului rațional x determinați partea întreagă și partea fracționară scrisă sub formă zecimală.

Soluție:

a) Opusul numărului $\frac{19}{6}$ este $-\frac{19}{6}$, iar modulul este $\left|\frac{19}{6}\right| = \frac{19}{6}$.



b) $-x = -\frac{19}{6} = -3\frac{1}{6}$, deci $[-x] = -4$; $-\frac{19}{6} = -3{,}1(6)$, deci $\{-x\} = -\frac{19}{6} - (-4) =$ $= -\frac{19}{6} + {}^{6)}4 = -\frac{19}{6} + \frac{24}{6} = \frac{5}{6} = 0{,}8(3)$.

Știu să rezolv

Exerciții și probleme de dificultate minimă

1. Se consideră mulțimea $A = \left\{\frac{1}{2}, -\frac{3}{5}, \frac{7}{6}, -\frac{4}{11}, -\frac{27}{8}, \frac{16}{45}\right\}$. Enumerați elementele mulțimilor:

a) $E = \{x \in A \mid x \in \mathbb{Q}_+\}$; b) $F = \{x \in A \mid x \in \mathbb{Q}_-\}$.

a)	b)

2. Stabiliți valoarea de adevăr a următoarelor propoziții. Opusul numărului rațional:

a) $\frac{13}{2}$ este $\frac{2}{13}$; ☐ b) $-\frac{7}{9}$ este $\frac{7}{9}$; ☐ c) $\frac{5}{6}$ este $-\frac{5}{6}$; ☐ d) $\frac{8}{5}$ este $-\frac{5}{8}$. ☐

3. Scrieți sub formă zecimală următoarele fracții ordinare:

a) $\frac{813}{10} =$ ....; b) $\frac{27}{10} =$ ....; c) $\frac{43}{10} =$ ....; d) $\frac{581}{10} =$ ....;

e) $\frac{89}{10} =$ ....; f) $-\frac{3}{10} =$ ....; g) $-\frac{7}{10} =$ ....; h) $\frac{111}{10} =$ ....

EDITURA PARALELA 45

Lecţia 17. Scăderea numerelor raţionale

Citesc şi reţin

Diferenţa a două numere raţionale x şi y este un număr raţional, notat $\boldsymbol{x-y}$. Operaţia prin care se obţine diferenţa a două numere se numeşte **scădere**.

Definiţie: Opusul numărului raţional x, $x \neq 0$, este numărul raţional $-x$. Numărul raţional 0 este propriul său opus.

Diferenţa a două numere raţionale se poate exprima ca suma dintre primul număr şi opusul celui de-al doilea număr: dacă $\frac{a}{b}, \frac{c}{d} \in \mathbb{Q}$, atunci $\frac{a}{b}-\frac{c}{d}=\frac{a}{b}+\left(-\frac{c}{d}\right)$, ($a, c \in \mathbb{Z}$, $b, d \in \mathbb{Z}^*$).

Observaţie: Dacă unul sau ambele numere raţionale $\frac{a}{b}$ şi $\frac{c}{d}$ sunt reprezentate de fracţii zecimale periodice, atunci fracţiile zecimale se transformă în fracţii ordinare ireductibile şi apoi se efectuează scăderea.

Cum se aplică?

1. Efectuaţi:

a) $\frac{21}{17}-\frac{10}{17}$; b) $4\frac{1}{3}-0{,}(3)$; c) $-\frac{4}{7}-3\frac{1}{7}$.

Soluţie:

a) $\frac{21}{17}-\frac{10}{17}=\frac{21-10}{17}=\frac{11}{17}$; b) $4\frac{1}{3}-0{,}(3)=\frac{13}{3}-\frac{3^{(3}}{9}=\frac{13}{3}-\frac{1}{3}=\frac{12}{3}=4$;

c) $-\frac{4}{7}-3\frac{1}{7}=-\frac{4}{7}-\frac{22}{7}=\frac{(-4)-22}{7}=\frac{(-4)+(-22)}{7}=-\frac{26}{7}=-3\frac{5}{7}$.

2. Efectuaţi:

a) $\frac{7}{4}-\frac{11}{20}$; b) $1{,}25-0{,}1(6)$; c) $\left(-1\frac{4}{5}\right)-\left(-\frac{2}{3}\right)$.

Soluţie:

a) ${}^{5)}\frac{7}{4}-\frac{11}{20}=\frac{35}{20}-\frac{11}{20}=\frac{24^{(4}}{20}=\frac{6}{5}=1\frac{1}{5}$;

b) $1{,}25-0{,}1(6)=\frac{125^{(25}}{100}-\frac{16-1}{90}=\frac{5}{4}-\frac{15^{(15}}{90}={}^{3)}\frac{5}{4}-{}^{2)}\frac{1}{6}=\frac{15}{12}-\frac{2}{12}=\frac{13}{12}=1\frac{1}{12}$;

c) $\left(-1\frac{4}{5}\right)-\left(-\frac{2}{3}\right)=\left(-{}^{3)}\frac{9}{5}\right)-\left(-{}^{5)}\frac{2}{3}\right)=\left(-\frac{27}{15}\right)-\left(-\frac{10}{15}\right)=\frac{(-27)-(-10)}{15}=$

$=\frac{-27+10}{15}=\frac{-17}{15}=-1\frac{2}{15}$.

EDITURA PARALELA 45

Știu să rezolv

Exerciții și probleme de dificultate minimă

1. Efectuați:

a) $\frac{8}{5}-\frac{4}{5}$; b) $\frac{7}{6}-\frac{11}{6}$; c) $-\frac{4}{3}-\frac{7}{3}$;

d) $-\frac{7}{8}-\frac{13}{8}$; e) $-\frac{4}{9}-\left(-\frac{8}{9}\right)$; f) $-\frac{9}{7}-\left(-\frac{4}{7}\right)$.

e)

2. Efectuați:

a) $1\frac{3}{4}-\frac{5}{4}$; b) $\frac{11}{5}-2\frac{4}{5}$; c) $-\frac{5}{6}-3\frac{5}{6}$;

d) $-2\frac{3}{8}-\frac{17}{8}$; e) $-\frac{6}{7}-\left(-2\frac{2}{7}\right)$; f) $-4\frac{1}{5}-\left(-\frac{2}{5}\right)$.

f)

3. Calculați, efectuând mai întâi simplificările:

a) $\frac{7}{6}-\frac{15}{18}$; b) $\frac{17}{10}-\frac{22}{20}$; c) $\frac{30}{50}-\frac{7}{5}$;

d) $\left(-\frac{10}{16}\right)-\frac{5}{40}$; e) $-\frac{4}{24}-\left(-\frac{15}{18}\right)$; f) $\left(-\frac{12}{27}\right)-\left(-\frac{5}{45}\right)$.

f)

4. Calculați:

a) $2\frac{3}{5}-0{,}8$; b) $5\frac{1}{2}-2{,}5$; c) $1{,}2-1\frac{4}{5}$;

d) $4{,}(3)-1\frac{2}{3}$; e) $0{,}(7)-2\frac{1}{9}$; f) $2{,}(6)-5\frac{2}{3}$.

e)

EDITURA PARALELA 45

Lecția 20. Împărțirea numerelor raționale

Citesc și rețin

Câtul numerelor raționale x și y, $y \neq 0$, este **acel număr rațional** z, pentru care $x = y \cdot z$. Numărul z se va nota $x : y$. Operația prin care se obține câtul a două numere se numește **împărțire**.

Dacă $\frac{a}{b}, \frac{c}{d} \in \mathbb{Q}$, atunci $\frac{a}{b}:\frac{c}{d}=\frac{a}{b}\cdot\frac{d}{c}$ $(a \in \mathbb{Z},\ b, c, d \in \mathbb{Z}^*)$.

Observație: Dacă unul sau ambele numere raționale $\frac{a}{b}$ și $\frac{c}{d}$ sunt reprezentate de fracții zecimale periodice, atunci fracțiile zecimale se transformă în fracții ordinare ireductibile și apoi se efectuează împărțirea.

Inversul numărului rațional x, $x \neq 0$, este numărul rațional $\frac{1}{x}$, notat x^{-1}.

Exemple: Inversul numărului rațional 4 este $\frac{1}{4}$. Inversul numărului rațional $\frac{2}{5}$ este $\frac{5}{2}$.

Cum se aplică?

1. Efectuați:

a) $\frac{10}{13}:\frac{3}{5}$; b) $\left(-\frac{7}{8}\right):\frac{3}{4}$; c) $\left(-1\frac{7}{8}\right):\left(-\frac{5}{2}\right)$.

Soluție:

a) $\frac{10}{13}:\frac{3}{5}=\frac{10}{13}\cdot\frac{5}{3}=\frac{50}{39}=1\frac{11}{39}$;

b) $\left(-\frac{7}{8}\right):\frac{3}{4}=-\frac{7}{{}_2\cancel{8}}\cdot\frac{\cancel{4}^1}{3}=-\frac{7}{2}\cdot\frac{1}{3}=-\frac{7}{6}$;

c) $\left(-1\frac{7}{8}\right):\left(-\frac{5}{2}\right)=+1\frac{7}{8}:\frac{5}{2}=\frac{15}{8}:\frac{5}{2}=\frac{\overset{3}{\cancel{15}}}{\underset{4}{\cancel{8}}}\cdot\frac{\overset{1}{\cancel{2}}}{\underset{1}{\cancel{5}}}=\frac{3}{4}\cdot\frac{1}{1}=\frac{3}{4}$.

2. Efectuați:

a) $5\frac{1}{3}:\left(-\frac{4}{9}\right):\left(-\frac{8}{5}\right)$; b) 1,25 : 0,8(3); c) $\left(-\frac{7}{9}\right):\frac{2}{3}+1\frac{3}{8}$.

Soluție:

a) $5\frac{1}{3}:\left(-\frac{4}{9}\right):\left(-\frac{8}{5}\right)=+5\frac{1}{3}:\frac{4}{9}:\frac{8}{5}=\frac{\overset{4}{\cancel{16}}}{\underset{1}{\cancel{3}}}\cdot\frac{\overset{3}{\cancel{9}}}{\underset{1}{\cancel{4}}}\cdot\frac{5}{8}=\frac{\overset{1}{\cancel{4}}}{1}\cdot\frac{3}{1}\cdot\frac{5}{\underset{2}{\cancel{8}}}=\frac{1}{1}\cdot\frac{3}{1}\cdot\frac{5}{2}=\frac{15}{2}=7\frac{1}{2}$;

EDITURA PARALELA 45

b) $1{,}25 : 0{,}8(3) = \dfrac{125}{100} : \dfrac{83-8}{90} = \dfrac{125^{(25}}{100} : \dfrac{75^{(15}}{90} = \dfrac{5}{4} : \dfrac{5}{6} = \dfrac{\overset{1}{\cancel{5}}}{\underset{2}{\cancel{4}}} \cdot \dfrac{\overset{3}{\cancel{6}}}{\underset{1}{\cancel{5}}} = \dfrac{3}{2} = 1\dfrac{1}{2}$;

c) $\left(-\dfrac{7}{9}\right) : \dfrac{2}{3} + 1\dfrac{3}{8} = -\dfrac{7}{9} : \dfrac{2}{3} + \dfrac{11}{8} = -\dfrac{7}{\underset{3}{\cancel{9}}} \cdot \dfrac{\overset{1}{\cancel{3}}}{2} + \dfrac{11}{8} = -{}^{4)}\dfrac{7}{6} + {}^{3)}\dfrac{11}{8} = -\dfrac{28}{24} + \dfrac{33}{24} = \dfrac{(-28)+33}{24} = \dfrac{5}{24}$.

Știu să rezolv

Exerciții și probleme de dificultate minimă

1. Scrieți inversele următoarelor numere raționale:

a) 4; b) 7; c) 11; d) 54; e) $\dfrac{1}{5}$; f) $\dfrac{1}{9}$; g) $\dfrac{1}{23}$; h) $\dfrac{1}{61}$;

i) $\dfrac{4}{3}$; j) $\dfrac{5}{8}$; k) $\dfrac{17}{29}$; l) $\dfrac{79}{25}$; m) $3\dfrac{2}{3}$; n) $2\dfrac{4}{5}$; o) $-1\dfrac{3}{4}$; p) $-2\dfrac{5}{7}$.

c) k) p)

2. Efectuați:

a) $\dfrac{4}{3} : 5$; b) $\dfrac{7}{2} : 4$; c) $6 : \dfrac{5}{7}$; d) $\dfrac{3}{5} : (-8)$; e) $\left(-\dfrac{7}{2}\right) : 3$;

f) $(-9) : \dfrac{2}{7}$; g) $(-10) : \left(-\dfrac{9}{2}\right)$; h) $(-12) : \left(-\dfrac{7}{5}\right)$; i) $\left(-\dfrac{5}{4}\right) : (-21)$.

h)

3. Efectuați:

a) $\dfrac{7}{4} : \dfrac{5}{3}$; b) $\dfrac{3}{2} : \dfrac{7}{5}$; c) $\dfrac{8}{3} : \dfrac{5}{7}$;

d) $\left(-\dfrac{8}{9}\right) : \dfrac{5}{2}$; e) $\left(-\dfrac{9}{7}\right) : \dfrac{5}{6}$; f) $\dfrac{7}{8} : \left(-\dfrac{5}{3}\right)$;

g) $\left(-\dfrac{5}{9}\right) : \left(-\dfrac{8}{13}\right)$; h) $\left(-\dfrac{4}{5}\right) : \left(-\dfrac{9}{11}\right)$; i) $\left(-\dfrac{7}{8}\right) : \left(-\dfrac{10}{3}\right)$.

e)

EDITURA PARALELA 45

Lecția 22. Ecuații de tipul: $x + a = b$, $x \cdot a = b$, $x : a = b$ $(a \neq 0)$, $ax + b = c$ $(a \neq 0)$, unde a, b și c sunt numere raționale

Citesc și rețin

O egalitate de forma: $x + a = b$, $x \cdot a = b$, $x : a = b$ $(a \neq 0)$, $ax + b = c$, $a, b, c \in \mathbb{Q}$, și $x \in \mathbb{Q}$ se numește **ecuație cu o necunoscută**.

Numerele raționale a, b și c se numesc coeficienți, iar numărul rațional x se numește necunoscută sau variabilă.

Definiție: Un număr $u \in \mathbb{Q}$ se numește **soluție** a ecuației $ax + b + c$ $(a \neq 0)$ și $x \in \mathbb{Q}$ dacă $au + b = c$ (spunem că u verifică ecuația).

A rezolva ecuația $ax + b = c$ $(a \neq 0)$ și $x \in \mathbb{Q}$ înseamnă a determina mulțimea de soluții:

$$S = \{u \in \mathbb{Q} \mid au + b = c\}.$$

Definiție: Două ecuații cu o necunoscută se numesc **echivalente** dacă au aceeași mulțime de soluții.

Cum se aplică?

1. Rezolvați în mulțimea numerelor raționale ecuațiile:

a) $\frac{25}{18}x = -\frac{20}{27}$; b) $0,8 : x = 1,(3)$; c) $\frac{1}{4} + x = 1\frac{3}{4}$.

Soluție:

a) $\frac{25}{18}x = -\frac{20}{27} \Leftrightarrow x = -\frac{20}{27} : \frac{25}{18} \Leftrightarrow x = -\frac{\cancel{20}^{4}}{\cancel{27}_{3}} \cdot \frac{\cancel{18}^{2}}{\cancel{25}_{5}} \Leftrightarrow x = -\frac{4}{3} \cdot \frac{2}{5} \Leftrightarrow x = -\frac{8}{15}$;

b) $0,8 : x = 1,(3) \Leftrightarrow {}^{(2}\frac{8}{10} : x = 1\,{}^{(3}\frac{3}{9} \Leftrightarrow \frac{4}{5} : x = 1\frac{1}{3} \Leftrightarrow \frac{4}{5} : x = \frac{4}{3} \Leftrightarrow x = \frac{4}{5} : \frac{4}{3} \Leftrightarrow$

$x = \frac{\cancel{4}^{1}}{5} \cdot \frac{3}{\cancel{4}_{1}} \Leftrightarrow x = \frac{1}{5} \cdot \frac{3}{1} \Leftrightarrow x = \frac{3}{5}$;

c) $\frac{1}{4} + x = 1\frac{3}{4} \Leftrightarrow \frac{1}{4} + x = \frac{7}{4} \Leftrightarrow x = \frac{7}{4} - \frac{1}{4} \Leftrightarrow x = {}^{(2}\frac{6}{4} \Leftrightarrow x = \frac{3}{2}$.

2. Rezolvați în mulțimea numerelor raționale ecuațiile:

a) $2\frac{1}{4} + x = \frac{5}{6}$; b) $3(7 - 4x) = 5$; c) $\frac{1 - x}{4} + \frac{2}{7} = \frac{x}{2}$.

Soluție:

a) $2\frac{1}{4} + x = \frac{5}{6} \Leftrightarrow x = \frac{5}{6} - 2\frac{1}{4} \Leftrightarrow x = {}^{2)}\frac{5}{6} - {}^{3)}\frac{9}{4} \Leftrightarrow x = \frac{10}{12} - \frac{27}{12} \Leftrightarrow x = -\frac{17}{12} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow x = -1\frac{5}{12}$;

EDITURA PARALELA 45

b) $3(7-4x)=5 \Leftrightarrow 21-12x=5 \Leftrightarrow -12x=5-21 \Leftrightarrow -12x=-16 \Leftrightarrow x=$
$=\frac{-16^{(4}}{-12} \Leftrightarrow x=\frac{4}{3}$;

c) ${}^{7)}\frac{1-x}{4}+{}^{4)}\frac{2}{7}={}^{14)}\frac{x}{2} \Leftrightarrow 7-7x+8=14x \Leftrightarrow -7x-14x=-7-8 \Leftrightarrow -21x=-15 \Leftrightarrow$
$\Leftrightarrow x=\frac{-15^{(3}}{-21} \Leftrightarrow x=\frac{5}{7}$.

Știu să rezolv

Exerciții și probleme de dificultate minimă

1. Verificați dacă numărul rațional $\frac{1}{4}$ este soluție pentru următoarele ecuații:

a) $100x=25$; b) $\frac{6}{5}x=\frac{3}{10}$; c) $4x+1=0$;

d) $2:x-3=5$; e) $x+\frac{1}{4}=0{,}5$; f) $2(1-2x)=1$.

e)

2. Rezolvați ecuațiile următoare, unde x este număr rațional:

a) $8x=6$; b) $4x=10$; c) $6x=15$; d) $9x=3$;
e) $12x=-21$; f) $-20x=28$; g) $-8x=-12$; h) $-6x=-15$.

f)

g)

3. Rezolvați următoarele ecuații în mulțimea numerelor raționale:

a) $x+7=9$; b) $x-3=7$; c) $x-8=5$; d) $x+2=7$;
e) $14+x=31$; f) $21-x=12$; g) $43+x=-1$; h) $39-x=-6$.

f)

g)

4. Rezolvați ecuațiile următoare, unde $x \in \mathbb{Q}$:

a) $\frac{4}{3}x=\frac{5}{9}$; b) $\frac{5}{2}x=\frac{3}{8}$; c) $\frac{6}{7}x=\frac{8}{5}$;

EDITURA PARALELA 45

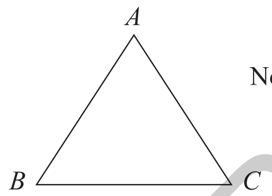
GEOMETRIE

Capitolul II
TRIUNGHIUL

Lecția 1. Triunghiul: definiție, elemente, clasificare

Citesc și rețin

Definiție: Fiind date trei puncte necoliniare A, B și C, se numește **triunghi** determinat de punctele A, B, C reuniunea segmentelor $AB \cup BC \cup CA$.



Notăm ΔABC.

Punctele A, B și C se numesc **vârfurile** triunghiului, segmentele AB, BC și CA se numesc **laturile** triunghiului, iar unghiurile A, B și C se numesc **unghiurile** triunghiului.

Observații:

1. Latura AB se opune unghiului C, latura BC se opune unghiului A, iar latura CA se opune unghiului B.

2. Unghiul A se opune laturii BC, unghiul B se opune laturii AC, iar unghiul C se opune laturii AB.

A. Clasificarea triunghiurilor în funcție de lungimile laturilor

Definiții:

1. Triunghiul care are două laturi congruente se numește triunghi **isoscel** (fig. 1).

Observație: Latura triunghiului isoscel care nu este congruentă cu celelalte două se numește **bază**.

2. Triunghiul care are cele trei laturi congruente se numește triunghi **echilateral** (fig. 2).

3. Triunghiul care are laturile de lungimi diferite se numește triunghi **oarecare** sau **scalen** (fig. 3).

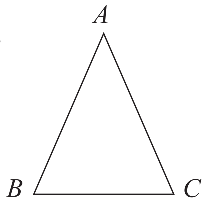


fig. 1

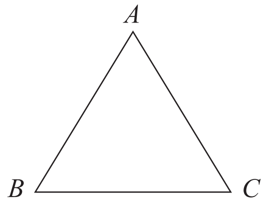


fig. 2

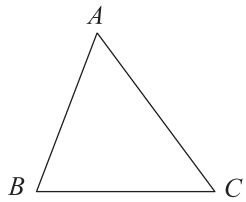


fig. 3

EDITURA PARALELA 45

B. Clasificarea triunghiurilor în funcție de măsurile unghiurilor

Definiții:

1. Triunghiul care are cele trei unghiuri ascuțite se numește triunghi **ascuțitunghic** (fig. 4).

2. Triunghiul care are un unghi drept se numește triunghi **dreptunghic** (fig. 5).

3. Triunghiul care are un unghi obtuz se numește triunghi **obtuzunghic** (fig. 6).

Observație: Pentru triunghiul dreptunghic, latura opusă unghiului drept se numește **ipotenuză**, iar celelalte două laturi se numesc **catete**.

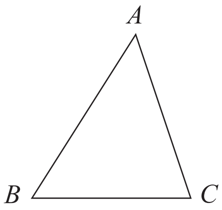


fig. 4

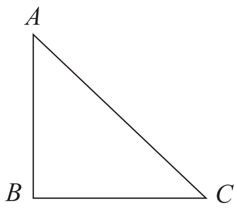


fig. 5

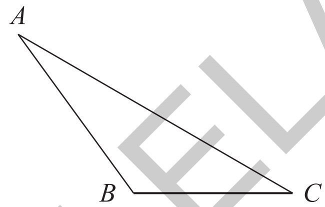
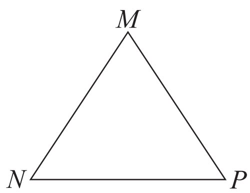


fig. 6

Cum se aplică?

1. Pentru triunghiul *MNP* reprezentat în figura alăturată precizați:

a) vârfurile; b) laturile; c) unghiurile.



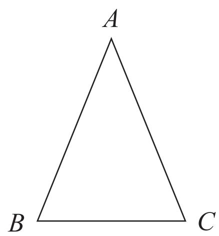
Soluție:

a) Vârfurile triunghiului *MNP* sunt punctele *M*, *N* și *P*.

b) Laturile triunghiului *MNP* sunt segmentele *MN*, *NP* și *PM*.

c) Unghiurile triunghiului *MNP* sunt $\sphericalangle MNP$, $\sphericalangle NPM$ și $\sphericalangle PMN$.

2. În figura alăturată este reprezentat triunghiul isoscel *ABC*, de bază *BC*. Ce puteți spune despre unghiurile *ABC* și *ACB*?

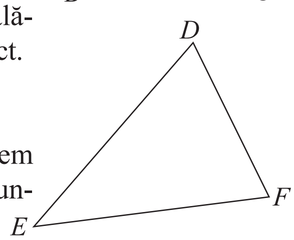


Soluție:

Măsurând unghiurile obținem $\sphericalangle ABC = 67°$ și $\sphericalangle ACB = 67°$, prin urmare $\sphericalangle ABC \equiv \sphericalangle ACB$.

3. Măsurați laturile triunghiului *DEF* reprezentat în figura alăturată și apoi încercuiți litera corespunzătoare răspunsului corect.

A. isoscel; B. echilateral; C. scalen.



Soluție:

Măsurând cu rigla gradată laturile triunghiului *DEF* obținem $DE = 3{,}2$ cm, $EF = 3{,}1$ cm și $FD = 2{,}3$ cm, prin urmare răspunsul corect este C. scalen.

Știu să rezolv

Exerciții și probleme de dificultate minimă

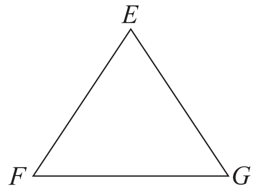
1. Citiți următoarele notații:

a) ΔDEF; b) ΔPQR; c) ΔABC; d) ΔMNP.

EDITURA PARALELA 45

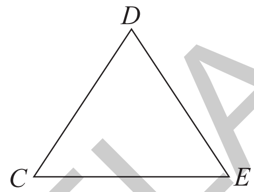
2. Completați spațiile punctate cu răspunsul corect. Pentru triunghiul *EFG* reprezentat în figura alăturată scrieți:

a) vârfurile triunghiului ....;
b) laturile triunghiului ....;
c) unghiurile triunghiului ....



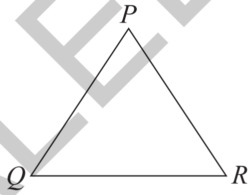
3. Stabiliți valoarea de adevăr a următoarelor propoziții. În triunghiul *CDE* din figura alăturată:

a) latura *CD* se opune unghiului *E*; ☐
b) latura *CE* se opune unghiului *C*; ☐
c) latura *DE* se opune unghiului *C*. ☐



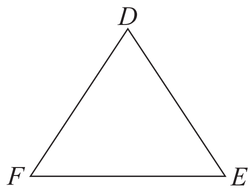
4. Stabiliți valoarea de adevăr a următoarelor propoziții. În triunghiul *PQR* din figura alăturată:

a) unghiul *P* se opune laturii *QR*; ☐
b) unghiul *Q* se opune laturii *PR*; ☐
c) unghiul *R* se opune laturii *QR*. ☐



5. Completați spațiile punctate cu răspunsul corect. În triunghiul *DEF* reprezentat în figura alăturată:

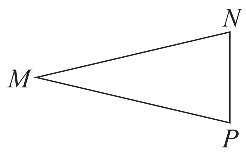
a) latura *DE* se opune unghiului .... ;
b) unghiul *E* se opune laturii .... ;
c) latura *DF* se opune unghiului .... ;
d) unghiul *D* se opune laturii .... ;
e) latura *EF* se opune unghiului .... ;
f) unghiul *F* se opune laturii ....



6. Încercuiți litera corespunzătoare singurului răspuns corect. Triunghiul care are două laturi congruente se numește triunghi:

A. scalen; B. echilateral; C. isoscel.

7. Completați spațiul punctat cu răspunsul corect. Baza triunghiului isoscel *MNP* reprezentat în figura alăturată este latura ....



8. Încercuiți litera corespunzătoare răspunsului corect. Dacă lungimile laturilor triunghiului *MNP* îndeplinesc condiția $MN \neq NP \neq PM \neq MN$, atunci triunghiul este:

A. scalen; B. echilateral; C. isoscel.

9. Încercuiți litera corespunzătoare răspunsului corect. Triunghiul care are cele trei laturi congruente se numește:

A. oarecare; B. isoscel; C. echilateral.

EDITURA PARALELA 45

Ce notă merit?

Test de evaluare stadială

Se acordă 1 punct din oficiu.

(3p) **1.** Se consideră triunghiul ABC și notăm cu $\sphericalangle A_1$ unghiul exterior cu vârful în punctul A. Știind că:
a) $\sphericalangle BAC = 76°$, aflați $\sphericalangle A_1$; b) $\sphericalangle A_1 = 110°$, aflați $\sphericalangle BAC$.

(3p) **2.** Se consideră triunghiul DEF cu $\sphericalangle D = 58°30'$ și $\sphericalangle E = 55°30'$. Aflați măsura unghiului exterior cu vârful în punctul F.

(3p) **3.** Determinați măsura unghiului exterior cu vârful în M al triunghiului MNP, știind că $\sphericalangle NMP = \dfrac{\sphericalangle MNP + \sphericalangle MPN}{2}$.

Lecția 6. Construcția triunghiurilor: cazurile L.U.L., U.L.U. și L.L.L.

Citesc și rețin

Cazul de construcție L.U.L.
Construcția unui triunghi când se cunosc lungimile a două laturi și măsura unghiului dintre acestea se realizează astfel: se construiește mai întâi unghiul cu măsura dată și apoi, începând din vârful unghiului, se construiesc pe laturile sale segmente congruente cu cele două laturi date, obținându-se astfel celelalte două vârfuri ale triunghiului.

Cazul de construcție U.L.U.
Construcția unui triunghi când se cunosc măsurile a două unghiuri și lungimea laturii determinate de vârfurile acestora se realizează astfel: se construiește un segment congruent cu latura dată, apoi, în același semiplan, se construiesc la capetele segmentului cele două unghiuri de măsură dată. Punctul de intersecție a laturilor celor două unghiuri este cel de-al treilea vârf al triunghiului.

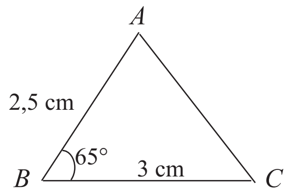
Cazul de construcție L.L.L.
Construcția unui triunghi când se cunosc lungimile laturilor sale se realizează astfel: se construiește un segment congruent cu una dintre laturile date, apoi se construiesc două cercuri cu centrele în capetele segmentului, ale căror raze sunt egale cu lungimile celorlalte două laturi ale triunghiului. Punctul de intersecție a celor două cercuri dintr-un semiplan este cel de-al treilea vârf al triunghiului.

EDITURA PARALELA 45

Cum se aplică?

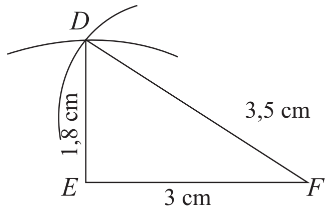
1. Construiți triunghiul ABC cu $AB = 2{,}5$ cm, $\sphericalangle B = 65°$ și $BC = 3$ cm.

Soluție:



2. Construiți triunghiul DEF cu $DE = 1{,}8$ cm, $EF = 3$ cm și $FD = 3{,}5$ cm.

Soluție:



Știu să rezolv

Exerciții și probleme de dificultate minimă

1. Construiți triunghiul ABC în următoarele cazuri:
a) $AB = 4$ cm, $\sphericalangle A = 60°$ și $AC = 5$ cm; b) $AB = 3$ cm, $\sphericalangle B = 70°$ și $BC = 6$ cm.

2. Construiți triunghiul ABC în următoarele cazuri:
a) $\sphericalangle A = 40°$, $AB = 6$ cm și $\sphericalangle B = 60°$; b) $\sphericalangle B = 50°$, $BC = 5$ cm și $\sphericalangle C = 65°$.

3. Construiți triunghiul ABC în următoarele cazuri:
a) $AB = 3$ cm, $BC = 4$ cm și $CA = 5$ cm; b) $AB = 6$ cm, $BC = 5$ cm și $CA = 4$ cm.

Exerciții și probleme de dificultate redusă

4. Construiți triunghiul echilateral ABC cu semiperimetrul de 7,5 cm.

5. Construiți triunghiul isoscel DEF de bază EF în următoarele cazuri:
a) $\sphericalangle D = 70°$ și $DE = 4$ cm; b) $\sphericalangle D = 45°$ și $DF = 5$ cm.

6. Construiți triunghiul dreptunghic DEF cu catetele $DE = 3$ cm și $DF = 4$ cm.

7. Arătați că nu se poate construi triunghiul ABC în următoarele cazuri:
a) $AB = 4$ cm, $BC = 5$ cm și $CA = 9$ cm; b) $AB = 3$ cm, $BC = 8$ cm și $CA = 4$ cm.

8. Construiți triunghiul isoscel MNP de bază NP, știind că are perimetrul egal cu 16 cm și $NP = 4$ cm.

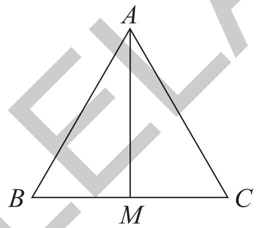
EDITURA PARALELA 45

(3p) **2.** Arătați că dintr-un vârf al unui triunghi se poate construi o singură înălțime pe latura opusă.

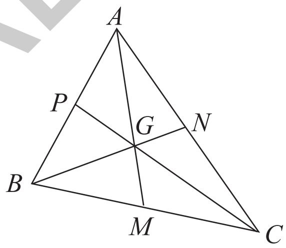
(3p) **3.** În triunghiul ascuțitunghic MNP construim înălțimea PD, $D \in MN$. Aflați măsurile unghiurilor triunghiului MNP, știind că $\sphericalangle MPD = 30°$ și $\sphericalangle NPD = 25°$.

Lecția 11. Medianele unui triunghi. Concurența medianelor unui triunghi

Citesc și rețin



Definiție: Dreapta determinată de un vârf al unui triunghi și de mijlocul laturii opuse se numește **mediana** corespunzătoare laturii respective.

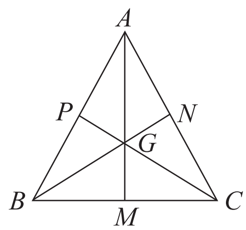


Teoremă: Medianele unui triunghi sunt concurente într-un punct notat cu litera G și se numește **centrul de greutate** al triunghiului.

Cum se aplică?

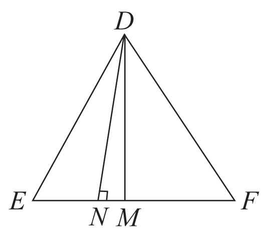
1. În triunghiul ABC construiți medianele AM, $M \in BC$ și BN, $N \in CA$. $AM \cap BN = \{G\}$ și $CG \cap AB = \{P\}$. Știind că $AB = 7$ cm, calculați lungimile segmentelor AP și BP.

Soluție:



Observăm că punctul G este centrul de greutate al triunghiului ABC, de unde rezultă că dreapta CP este mediana corespunzătoare laturii AB, prin urmare punctul P este mijlocul acesteia, deci $AP = BP = \dfrac{AB}{2} = \dfrac{7\text{ cm}}{2} = 3{,}5$ cm.

2. În triunghiul DEF din figura alăturată a fost construită înălțimea DN, $N \in EF$ și mediana DM, $M \in EF$, $N \neq M$. Arătați că $DN < DM$.



Soluție:

Deoarece DN este înălțime, rezultă că măsura $\sphericalangle DNM = 90°$, prin urmare în triunghiul DNM, $\sphericalangle DNM > \sphericalangle DMN$, deci $DM > DN$.

EDITURA PARALELA 45

Știu să rezolv

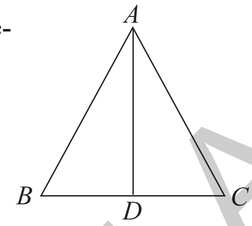
Exerciții și probleme de dificultate minimă

1. În figura alăturată este reprezentat triunghiul ABC și mediana AD, $D \in BC$. Stabiliți valoarea de adevăr a propozițiilor:

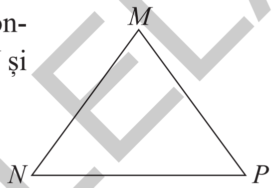
a) $BD > CD$; ☐

b) $BD = CD$; ☐

c) $BD < CD$. ☐



2. Pentru triunghiul MNP reprezentat în figura alăturată construiți medianele MD, $D \in NP$, NE, $E \in MP$ și PF, $F \in MN$ și notați cu G punctul lor de concurență.



3. Folosind problema anterioară stabiliți valoarea de adevăr a următoarelor propoziții:

a) centrul de greutate al triunghiului este situat în exteriorul triunghiului; ☐

b) centrul de greutate al triunghiului este situat în interiorul triunghiului. ☐

Exerciții și probleme de dificultate redusă

4. Construiți medianele triunghiului DEF și notați cu litera G punctul lor de concurență.

5. Construiți triunghiul ABC cu măsura $\sphericalangle A = 90°$ și mediana AM, $M \in BC$. Folosind rigla gradată, arătați că $AM = \frac{BC}{2}$.

6. Se consideră triunghiul isoscel DEF de bază EF. Dacă M este un punct situat pe latura EF, astfel încât $\mathcal{P}_{DEM} = \mathcal{P}_{DFM}$, arătați că dreapta DM este mediana corespunzătoare laturii EF.

7. Construiți triunghiul ABC și medianele AM, $M \in BC$, BN, $N \in AC$, și CP, $P \in AB$ și notați cu G punctul lor de concurență. Cu ajutorul riglei gradate determinați rapoartele:

a) $\frac{MG}{GA}$; b) $\frac{NG}{GB}$; c) $\frac{PG}{GC}$.

8. Folosind problema precedentă stabiliți valoarea de adevăr a propoziției: Centrul de greutate al unui triunghi este situat pe fiecare mediană la o treime față de mijlocul laturii corespunzătoare și la două treimi față de vârful triunghiului. ☐

Exerciții și probleme de dificultate medie

9. În triunghiul ascuțitunghic ABC, construim înălțimile BD, $D \in AC$ și CE, $E \in AB$ și notăm cu M mijlocul laturii BC. Folosind problema 5, arătați că triunghiul MDE este isoscel.

EDITURA PARALELA 45

Fișă pentru portofoliul elevului

Numele și prenumele:
Clasa a VI-a
Capitolul: Triunghiul
Se acordă 10 puncte din oficiu.

I. Dacă propoziția este adevărată, subliniați litera A, iar dacă propoziția este falsă, subliniați litera F.

(7p) **1.** Cercul circumscris triunghiului PQR trece prin punctele P, Q și R. A F

(7p) **2.** Ortocentrul triunghiului DEF cu $\sphericalangle D = 90°$ este punctul E. A F

(7p) **3.** Cercul înscris în triunghiul ABC este tangent la laturile AB, BC și CA. A F

II. Completați spațiile punctate cu răspunsul corect.

(7p) **1.** Punctul de concurență a medianelor unui triunghi se numește ....

(7p) **2.** Punctul de concurență a mediatoarelor laturilor unui triunghi este ....

(7p) **3.** Punctul de concurență a înălțimilor unui triunghi se numește ....

III. Încercuiți litera corespunzătoare singurului răspuns corect.

(8p) **1.** Dacă mediatoarele laturilor DE și DF ale triunghiului DEF se intersectează în punctul M situat pe latura EF, atunci:

A. $ME < MF$; B. $ME \not\equiv MF$; C. $ME \equiv MF$; D. $ME > MF$.

(8p) **2.** În triunghiului ascuțitunghic ABC construim înălțimile BE, $E \in AC$ și CF, $F \in AB$. Dacă $BE \cap CF = \{H\}$ și $\sphericalangle A = 48°$, atunci măsura unghiului CHE este egală cu:

A. 48°; B. 24°; C. 96°; D. 65°.

(8p) **3.** Punctul G este centrul de greutate al triunghiul PQR. Dacă $PG \cap QR = \{M\}$, atunci raportul $\frac{MG}{PG}$ este egal cu:

A. $\frac{1}{4}$; B. $\frac{3}{2}$; C. $\frac{2}{3}$; D. $\frac{1}{2}$.

La exercițiile IV. și V. scrieți pe fișă rezolvările complete.

IV. *(8p)* În triunghiul DEF construim medianele DM, $M \in EF$, EP, $P \in DF$, FQ, $Q \in DE$ și notăm cu G punctul lor de concurență. Știind că $\mathcal{P}_{EGM} = \mathcal{P}_{FGM}$ și $\mathcal{P}_{DEP} = \mathcal{P}_{DFQ}$, arătați că $DE \equiv DF$.

EDITURA PARALELA 45

V. În triunghiul ABC, bisectoarele unghiurilor B și C se intersectează în punctul I și $AI \cap BC = \{D\}$. Se știe că $\sphericalangle BID = 50°$ și $\sphericalangle CID = 62°$.

(8p) a) Determinați $\sphericalangle BAC$.

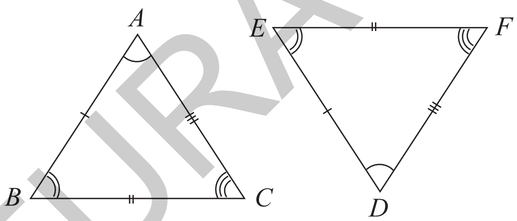
(8p) b) Determinați $\sphericalangle ABC$ și $\sphericalangle ACB$.

Lecția 12. Congruența triunghiurilor oarecare

Citesc și rețin

În general, despre două figuri geometrice spunem că sunt congruente, dacă prin suprapunere coincid.

Definiție: Triunghiurile ΔABC și ΔDEF, în care $\sphericalangle A \equiv \sphericalangle D$, $\sphericalangle B \equiv \sphericalangle E$, $\sphericalangle C \equiv \sphericalangle F$, $AB \equiv DE$, $BC \equiv EF$ și $CA \equiv FD$, se numesc triunghiuri **congruente**.



Notăm $\Delta ABC \equiv \Delta DEF$.

Laturile, respectiv unghiurile congruente a două triunghiuri congruente se numesc elemente **omoloage**.

Observație: În triunghiuri congruente, la laturi congruente se opun unghiuri congruente, respectiv la unghiuri congruente se opun laturi congruente.

Cum se aplică?

1. Dacă $\Delta ABC \equiv \Delta DEF$, $\sphericalangle A = 40°$, $\sphericalangle B = 55°$ și $\sphericalangle C = 85°$, aflați măsurile unghiurilor D, E și F.

EDITURA PARALELA 45

(3p) **3.** Se consideră triunghiul ABC cu $\sphericalangle A > 90°$. Dacă mediatoarele laturilor AB și AC intersectează latura BC în punctele E, respectiv F, astfel încât $BE \equiv CF$, arătați că $AB \equiv AC$.

Teste de evaluare sumativă

Testul 1

Se acordă 1 punct din oficiu.

Partea I – Încercuiți litera corespunzătoare singurului răspuns corect:

(1p) **1.** Punctul D este situat pe bisectoarea unghiului EOF. Dacă distanța de la punctul D la latura OF este egală cu 2,5 cm, atunci distanța de la punctul D la latura OE este egală cu:
A. 2,5 cm; B. 5 cm; C. 6 cm; D. 7,5 cm.

(1p) **2.** Dacă $\Delta MNP \equiv \Delta DEF$, $\sphericalangle D = 67°$ și $\sphericalangle F = 45°$, atunci măsura unghiului N este egală cu:
A. 62°; B. 68°; C. 84°; D. 56°.

(1p) **3.** Triunghiul DEF cu $DE = 3$ cm, $\sphericalangle E = 65°$ și $EF = 4$ cm este congruent prin criteriul L.U.L. cu triunghiul MNP cu $\sphericalangle N = 65°$ și $NP = 4$ cm, dacă:
A. $MP = 3$ cm; B. $MP = 4$ cm; C. $MN = 3$ cm; D. $MN = 4$ cm.

(1p) **4.** Triunghiul ABC cu $\sphericalangle A = 90°$ și $BC = 7$ cm este congruent prin criteriul I.U. cu triunghiul PQR cu $\sphericalangle P = 90°$, $QR = 7$ cm și $\sphericalangle R = 35°$, dacă:
A. $AB = 7$ cm; B. $\sphericalangle C = 35°$; C. $\sphericalangle C = 45°$; D. $AC = 7$ cm.

(1p) **5.** Punctul D este situat pe mediatoarea segmentului EF cu lungimea de 6 cm. Dacă $\mathscr{P}_{DEF} = 20$ cm, atunci lungimea segmentului DE este egală cu:
A. 7 cm; B. 10 cm; C. 11 cm; D. 8 cm.

Partea a II-a – La următoarele probleme se cer rezolvările complete:

(1p) **1.** Se consideră triunghiul echilateral MNP și punctele E și F situate pe laturile MN, respectiv MP, astfel încât $NE \equiv PF$. Arătați că $NF \equiv PE$.

(1p) **2.** Se consideră dreptunghiul $MNPQ$ și punctul D situat pe diagonala NQ. Construim $DE \perp MN$, $E \in MN$ și $DF \perp NP$, $F \in NP$. Știind că $DE \equiv DF$, arătați că $MNPQ$ este pătrat.

(1p) **3.** În cercul de centru O și rază R construim diametrele AB și CD. Arătați că $\Delta ACD \equiv \Delta BDC$.

(1p) **4.** În triunghiul ABC cu $AB < AC$, mediatoarea laturii BC intersectează latura AC în punctul D. Determinați BC, știind că $\mathscr{P}_{ABC} = 29$ cm și $\mathscr{P}_{ABD} = 21$ cm.

Testul 2

Se acordă 1 punct din oficiu.

Partea I – Încercuiți litera corespunzătoare singurului răspuns corect:

(1p) **1.** Punctul D este situat pe mediatoarea segmentului EF, $D \notin EF$. Dacă $DE = 4,5$ cm, atunci lungimea segmentului DF este egală cu:
A. 4,5 cm; B. 9 cm; C. 10 cm; D. 8,5 cm.

EDITURA PARALELA 45

Model de test pentru Evaluarea Națională

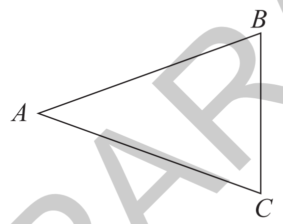
Capitolul: Triunghiul

PARCUL NAȚIONAL COZIA

Parcul Național Cozia este situat în partea central-nordică a Carpaților Meridionali, fiind traversat de la nord la sud de râul Olt. Teritoriul masivului muntos Cozia este în cea mai mare parte împădurit cu păduri de fag, molid, gorun și specii de amestec. În aceste păduri trăiesc vulpea, pisica sălbatică, râsul, capra-neagră, mistrețul, ursul etc.

Pentru a răspunde la cerințele 1-3, citiți următorul text:

Pe teritoriul Parcului Național Cozia se află satele Corbu și Călinești pe partea dreaptă a râului Olt, iar pe partea stângă a râului Olt se află satul Păușa, care sunt considerate comunități locale ale parcului. În schița următoare, punctele A, B și C reprezintă satele Păușa, Corbu, respectiv Călinești. Se știe că $AB \equiv AC$, $\sphericalangle ABC = 65°$, $BC = 10$ km *și* $\mathscr{P}_{ABC} = 38$ km.



Încercuiți litera corespunzătoare răspunsului corect.

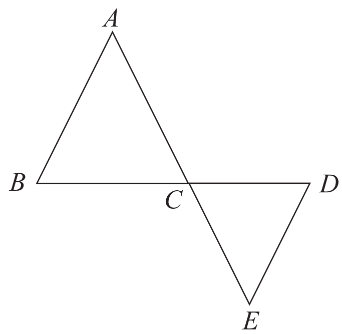
1. Măsura unghiului *ACB* este egală cu:
A. 73°; B. 50°; C. 48°; D. 65°.

2. Distanța dintre satele Păușa și Corbu este egală cu:
A. 10 km; B. 14 km; C. 16 km; D. 18 km.

3. Măsura unghiului *BAC* este egală cu:
A. 90°; B. 65°; C. 50°; D. 45°.

Pentru a răspunde la cerințele 4-6, citiți următorul text:

Cursul râului Olt reprezintă una dintre priveliștile cele mai spectaculoase din Parcul Național Cozia. Un grup de turiști care vizitează parcul au amplasat cinci corturi pe malul râului Olt. În schița alăturată, punctele A, B, C, D și E reprezintă locurile în care sunt amplasate cele cinci corturi. Se știe că triunghiurile ABC și CDE sunt echilaterale, BD = 58 m, iar punctele A, C și E sunt coliniare.



EDITURA PARALELA 45

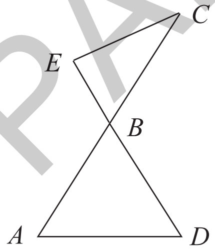
4. Arătați că dreptele *AB* și *DE* sunt paralele.

5. Arătați că distanțele dintre punctele *A* și *D*, respectiv *B* și *E* sunt egale.

6. Calculați suma perimetrelor triunghiurilor echilaterale *ABC* și *CDE*.

Pentru a răspunde la cerințele 7-9, citiți următorul text:

În ziua următoare grupul de turiști au escaladat vârful Cozia Mare cu înălțimea de 1668 m, care este cel mai înalt vârf din masivul muntos Cozia. În schița următoare sunt reprezentate două trasee turistice marcate A – B – C și D – B – E – C care pornesc de la poalele muntelui și ajung pe creasta vârfului Cozia Mare. Se știe că ΔABD *este echilateral,* $AB \equiv BC$, $CE \perp ED$, $BE = 0{,}6$ *km,* $EC = 1{,}05$ *km iar punctele A, B și C, respectiv D, B și E sunt coliniare.*



7. Calculați perimetrul triunghiului *ABD*.

8. Arătați că semidreapta *CA* este bisectoarea unghiului *ECD*.

9. Calculați perimetrul triunghiului *CDE*.

EDITURA PARALELA 45

MODELE DE TESTE PENTRU EVALUAREA CUNOŞTINŢELOR

Capitolele: Mulțimea numerelor întregi, Mulțimea numerelor raționale, Triunghiul

Testul 1

Se acordă 1 punct din oficiu.

Subiectul I. Încercuiți litera corespunzătoare singurului răspuns corect.

(0,7p) **1.** Cel mai mare dintre numerele întregi –75, –81, –73 și –79 este:
A. –75; B. –81; C. –73; D. –79.

(0,7p) **2.** Valoarea absolută a numărului rațional $\frac{41}{47}$ este egală cu:
A. $-\frac{41}{47}$; B. $\frac{41}{47}$; C. $\frac{47}{41}$; D. $-\frac{47}{41}$.

(0,7p) **3.** Transformând fracția ordinară $\frac{23}{10^2}$ în fracție zecimală, obținem:
A. 2,30; B. 0,2(3); C. 0,023; D. 0,23.

(0,7p) **4.** Soluția inecuației $x + 7 < 3$, $x \in \mathbb{Z}$, este:
A. $\{..., -6. -5, -4\}$; B. $\{0, 1, 2, ...\}$; C. $\{4, 5, 6, ...\}$; D. $\{..., -4. -3, -2\}$.

(0,7p) **5.** Suma măsurilor unghiurilor ascuțite ale unui triunghi dreptunghic este egală cu:
A. 60° B. 100° C. 120°; D. 90°.

(0,7p) **6.** În triunghiul *DEF*, cu $\sphericalangle D = 90°$, construim mediana *DM*, $M \in EF$. Dacă $DM = 7$ cm, atunci lungimea ipotenuzei *EF* este egală cu:
A. 12 cm; B. 3,5 cm; C. 14 cm; D. 16 cm.

Subiectul al II-lea. La următoarele probleme se cer rezolvări complete.

(0,8p) **1.** Aflați rezultatul calculului $(-18)^5 : \{[(-3) \cdot 5 + (-1)^3] : (-2)^2 - 23\}^3 - (-10)^2$.

(0,8p) **2.** Rezolvați în mulțimea numerelor raționale ecuația: $\frac{x}{2} - x = \frac{1}{4}\left(\frac{1}{3} - x\right)$.

(0,8p) **3.** Rotunjiți la a treia zecimală numărul rațional:

$$a = \{[1 - 1,(6)]^2 \cdot 1,5 - 1,8(3)\} : 2,8.$$

(0,8p) **4.** Triunghiul *MNP* este isoscel de bază *NP*. Determinați măsurile unghiurilor triunghiului, știind că $\sphericalangle M = \frac{\sphericalangle N + \sphericalangle P}{4}$.

(0,8p) **5.** Se consideră triunghiul *DEF*. Știind că mediatoarele laturilor *DE* și *DF* se intersectează în punctul *P* situat pe latura *EF*, determinați măsura unghiului *EDF*.

EDITURA PARALELA 45

(0,8p) **6.** Se consideră triunghiul echilateral ABC cu perimetrul de 18 cm și punctul D situat pe latura BC. Construim $DE \perp AB$, $E \in AB$ și $DF \perp AC$, $F \in AC$. Lungimile laturilor triunghiului AEF pot fi numere naturale? Justificați răspunsul.

Testul 2

Se acordă 1 punct din oficiu.

Subiectul I. Încercuiți litera corespunzătoare singurului răspuns corect.

(0,7p) **1.** Suma numerelor întregi 10 și –17 este egală cu:
A. –7; B. –27; C. 170; D. 27.

(0,7p) **2.** Transformând fracția zecimală 0,(3) în fracție ordinară ireductibilă, obținem:
A. $\frac{1}{2}$; B. $\frac{4}{3}$; C. $\frac{3}{2}$; D. $\frac{1}{3}$.

(0,7p) **3.** Cardinalul mulțimii $E = \{x \in \mathbb{Z} \mid |x| < 1\}$ este egal cu:
A. 4; B. 3; C. 2; D. 1.

(0,7p) **4.** Scriind în ordine crescătoare fracțiile $-\frac{7}{3}, -\frac{7}{5}, -\frac{7}{4}$, obținem:
A. $-\frac{7}{3}, -\frac{7}{5}, -\frac{7}{4}$ B. $-\frac{7}{3}, -\frac{7}{4}, -\frac{7}{5}$; C. $-\frac{7}{5}, -\frac{7}{4}, -\frac{7}{3}$; D. $-\frac{7}{4}, -\frac{7}{3}, -\frac{7}{5}$.

(0,7p) **5.** Latura triunghiului echilateral cu semiperimetrul de 7,5 cm are lungimea egală cu:
A. 4,5 cm; B. 6 cm; C. 5 cm; D. 3,5 cm.

(0,7p) **6.** Dacă notăm cu G centrul de greutate al triunghiului echilateral MNP, atunci măsura unghiului MGP este egală cu:
A. 120°; B. 60°; C. 45°; D. 180°.

Subiectul al II-lea. La următoarele probleme se cer rezolvări complete.

(0,8p) **1.** Aflați rezultatul calculului:
$$(-7)^7 : \{[(-2)^4 : (-4) - (-1)^0] + [(-2)^2 \cdot (-4)^4 \cdot (-8)^8] : (-8)^{11}\}^5.$$

(0,8p) **2.** Rezolvați în mulțimea numerelor întregi inecuația:
$$3[2(1 - |x|) - 1] > |x| - 11.$$

(0,8p) **3.** Scrieți sub forma cea mai simplă inversul numărului rațional:
$$a = [1,25 \cdot 2,(6) - 4]^7 : [0,(6)]^5 - 1,2(7).$$

(0,8p) **4.** Lungimile laturilor unui triunghi isoscel sunt numere naturale. Știind că una dintre laturi are lungimea de 4 cm, determinați valoarea minimă a perimetrului triunghiului.

(0,8p) **5.** Semidreapta OD este bisectoarea unghiului EOF și construim $DM \perp OE$, $M \in OE$ și $DN \perp OF$, $N \in OF$. Știind că $OD = DM + DN$, aflați măsura unghiului EOF.

EDITURA PARALELA 45

Teste de evaluare finală

Testul 1

Se acordă 1 punct din oficiu.

Partea I – Încercuiți litera corespunzătoare singurului răspuns corect:

(0,5p) **1.** Cardinalul mulțimii $A = \{a, b, c, d\}$ este egal cu:
A. 6; B. 8; C. 4; D. 5.

(0,5p) **2.** Raportul numerelor naturale 7 și 5 se scrie:
A. $\frac{7}{5}$; B. $\frac{7^2}{5^2}$; C. $\left(\frac{5}{7}\right)^2$; D. $\frac{5}{7}$.

(0,5p) **3.** Rezultatul calculului $\frac{5}{6}-\frac{1}{3}$ este egal cu:
A. $\frac{1}{2}$; B. $\frac{4}{3}$; C. $\frac{5}{6}$; D. $\frac{1}{3}$.

(0,5p) **4.** Dintre numerele întregi –6; 2; –7 și 0 cel mai mic este:
A. –6; B. 2; C. 0; D. –7.

(0,5p) **5.** Transformând fracția zecimală 1,(3) în fracție ordinară ireductibilă, obținem:
A. $\frac{4}{3}$; B. $\frac{5}{3}$; C. $\frac{7}{9}$; D. $\frac{4}{9}$.

(0,5p) **6.** Într-o urnă sunt 6 bile albe și 9 bile verzi. Se extrage o bilă. Probabilitatea ca bila extrasă să fie albă este egală cu:
A. $\frac{2}{3}$; B. $\frac{2}{5}$; C. $\frac{3}{7}$; D. $\frac{9}{8}$.

(0,5p) **7.** Dacă $a = [(-2)^3 + (-3)^2]$, atunci a^{2017} este egal cu:
A. –3; B. 0; C. 1; D. –1.

(0,5p) **8.** Măsura unui cerc este egală cu:
A. 180°; B. 240°; C. 320°; D. 360°.

(0,5p) **9.** Lungimea laturii unui triunghi echilateral care are perimetrul egal cu 8,4 cm este de:
A. 2,5 cm; B. 2,8 cm; C. 3,2 cm; D. 4,5 cm.

Partea a II-a – La următoarele probleme se cer rezolvări complete:

(0,8p) **1.** Știind că $\frac{a}{b}=1\frac{2}{5}$, $b \neq 0$, rotunjiți la a doua zecimală valoarea raportului $\frac{3b-a}{a+b}$.

(0,7p) **2.** a) Se consideră numerele naturale $m = 108$ și $n = 120$. Calculați $(m; n)$ și $[m; n]$.
(0,8p) b) Determinați numerele naturale p și g, știind că $p \cdot g = 1000$ și $[p; g] = (p; g)^2$.

EDITURA PARALELA 45

3. Se consideră triunghiul echilateral ABC. Notăm cu M mijlocul laturii AB, iar cu N notăm simetricul punctului M față de dreapta AC.

(0,7p) a) Arătați că $AN \parallel BC$.
(0,8p) b) Determinați $\sphericalangle MNC$.
(0,7p) c) Arătați că $NC \perp BC$.

Testul 2

Se acordă 1 punct din oficiu.

Partea I – Încercuiți litera corespunzătoare singurului răspuns corect:

(0,5p) **1.** Diferența mulțimilor $A = \{d, e, f, i\}$ și $B = \{d, i, t\}$ este egală cu:
A. $\{f, i\}$; B. $\{d, e\}$; C. $\{d, i\}$; D. $\{e, f\}$.

(0,5p) **2.** Dacă descompunem în puteri de numere prime numărul natural 40 obținem:
A. $2^2 \cdot 3^2$; B. $5^2 \cdot 7$; C. $2^3 \cdot 5^1$; D. $3^2 \cdot 5^1$.

(0,5p) **3.** Dacă rotunjim fracția zecimală –6,75 la prima zecimală obținem:
A. –6,8; B. –6,5; C. –6,7; D. –6,9.

(0,5p) **4.** Inversul numărului rațional pozitiv $a = 0,(6) \cdot 4,5$ este:
A. $\frac{3}{2}$; B. $\frac{4}{3}$; C. $\frac{1}{3}$; D. $\frac{3}{4}$.

(0,5p) **5.** Dacă $\frac{x}{5} = \frac{1,8}{y}$, atunci produsul $x \cdot y$ este egal cu:
A. 7; B. 9; C. 6; D. 8.

(0,5p) **6.** 20% din numărul natural 35 este egal cu:
A. 5; B. 20; C. 10; D. 7.

(0,5p) **7.** Valoarea absolută a numărului întreg $a = [(-2)^3 - 7^0] : 3$ este egală cu:
A. –4; B. 3; C. 6; D. –3.

(0,5p) **8.** Complementul unghiului cu măsura de 47° este unghiul cu măsura de:
A. 43°; B. 30°; C. 63°; D. 133°.

(0,5p) **9.** Fie ABC un triunghi isoscel de bază BC care are semiperimetrul egal cu 14,5 cm. Dacă $BC = 9$ cm, atunci lungimea laturii AB este egală cu:
A. 8 cm; B. 8,5 cm; C. 10 cm; D. 9 cm.

Partea a II-a – La următoarele probleme se cer rezolvări complete:

(0,8p) **1.** Rezolvați în mulțimea numerelor întregi inecuația $4(3 - |x|) \geq 2|x|$.

2. Valoarea raportului numerelor raționale pozitive x și y este egală cu 0,75.
(0,7p) a) Aflați câte procente reprezintă numărul x din numărul y.
(0,8p) b) Aflați numerele x și y, știind că suma lor este egală cu 49.

3. Se consideră triunghiul echilateral ABC cu perimetrul de 24 cm. Notăm cu M mijlocul laturii AB, cu N simetricul punctului M față de punctul A, cu P simetricul punctului M față de dreapta AC și $NP \cap BC = \{E\}$.
(0,7p) a) Determinați $\sphericalangle BNE$.
(0,8p) b) Arătați că $AC \parallel NE$.
(0,7p) c) Calculați $\mathcal{P}_{BNE}$.

EDITURA PARALELA 45

INDICAȚII ȘI RĂSPUNSURI

ALGEBRĂ

CAPITOLUL III – MULȚIMEA NUMERELOR ÎNTREGI

Lecția 1. Mulțimea numerelor întregi. Opusul unui număr întreg

1. a) Mulțimea numerelor întregi pozitive; b) Mulțimea numerelor întregi negative; c) Mulțimea numerelor întregi nenule; d) Mulțimea numerelor întregi. **2.** a) A; b) A; c) A; d) A; e) F; f) A; g) F; h) A. **3.** a) $A_1 = \{4, 7, 8, 12\}$; b) $A_2 = \{-2, -5, -1, -13, -9\}$. **4.** a) F; b) F; c) A; d) A. **5.** a) $E \cap \mathbb{Z}_- = \{-15, -8\}$; b) $E \cap \mathbb{Z}_+ = \{6, 2, 17\}$; c) $E \cap \mathbb{Z}^* = \{-15, 6, -8, 2, 17\}$; d) $E \setminus \mathbb{Z}_- = \{0, 6, 2, 17\}$; e) $E \setminus \mathbb{Z}_+ = \{-15, 0, -8\}$; f) $E \setminus \mathbb{Z}^* = \{0\}$. **6.** a) –43; b) 7; c) 25; d) –134; e) 0; f) 91; g) 72; h) –64; i) 8. **7.** a) 6; b) –42; c) 58; d) –201; e) –307; f) 18; g) 9; h) –83; i) –92. **8.** $B = \{6, 5, -2, 0, -1, -7, 13\}$. **9.** $F = \{1, 4, -6, 11, -8, 0, -9\}$. **10.** $F = \{-2, -3, -5, -7\}$. **11.** $F = \{-4, -6, -8, -9\}$. **12.** $\varnothing$, $\{8\}$, $\{0\}$, $\{-3\}$, $\{8, 0\}$, $\{8, -3\}$, $\{0, -3\}$, $\{8, 0, -3\}$. **13.** $Y = \{9, 5, -2, 3, -1, -3\}$, $n = 2^{\text{card } Y} = 64$ submulțimi. **14.** a) $A \cup B = \{-7, -1, 0, 1, 4, 7, -4\}$, card $(A \cup B) = 7$; b) $A \cap B = \{-1, 0, 1\}$, card $(A \cap B) = 3$; c) $A \setminus B = \{-7, 4\}$, card $(A \setminus B) = 2$; d) $B \setminus A = \{7, -4\}$, card $(B \setminus A) = 2$. **15.** a) $A \setminus B = \{0\}$; b) $B \setminus A = \varnothing$. **16.** $F = \{1, 3, 5, 7\}$, $D = \{-5, -3, -1\}$; a) $E \cap F = \{1, 3, 5\}$; b) $E \cap D = \{-5, -3, -1\}$; c) $E \setminus F = \{-7, -5, -3, -1, 0\}$; d) $E \setminus D = \{-7, 0, 1, 3, 5\}$. **17.** $A_1 = \{0, 3, 5, 9\}$, $A_2 = \{-5, -3, 0\}$; a) $A \cap A_1 = \{0, 3, 5\}$; b) $A \cap A_2 = \{-5, -3, 0\}$; c) $A_1 \setminus A = \{9\}$; $A \setminus A_2 = \{-9, 3, 5\}$. **18.** $P = \{-8, -6, -4\}$, $Q = \{2, 4, 6\}$; a) $M \setminus (P \cup Q) = \{-2, 0, 8\}$; b) $M \cap (P \cup Q) = \{-6, -4, 4, 6\}$; c) $(P \cup Q) \setminus M = \{-8, 2\}$. **19.** $E_1 = \{-8, -7, -6, 0\}$, $E_2 = \{0, 6, 11\}$; a) $E \setminus (E_1 \cup E_2) = \{-11, 7, 8\}$; b) $E \cap (E_1 \cup E_2) = \{-6, 0, 6\}$; c) $(E_1 \cup E_2) \setminus E = \{-8, -7, 11\}$. **20.** Din 2., rezultă că $0, 5 \in E$, deci $0 \notin F$ și $-5 \in F$. Din 1. și 3., rezultă că $-3, -1 \notin F$, deci, $-3, -1 \in E$, prin urmare $3, 1 \in F$ și deci $E = \{0, 5, -3, -1\}$ și $F = \{-5, 1, 3\}$. **21.** Din 1., rezultă că $-7, -3 \in A$, deci $7, 3 \in B$. Din 2., rezultă că $-3, 0 \in B$, deci, $0, 3 \in A$, de asemenea rezultă că $-7 \notin B$, deci $7 \notin A$, prin urmare problema are soluția unică $A = \{-7, -3, 0, 3\}$ și $B = \{-3, 0, 3, 7\}$. **22.** Din 3., rezultă că $-2, -1 \in A$, deci $1, 2 \in B$. Din 2., rezultă că $0 \in A \cap B$ și ținând seama de 1., rezultă că $A = \{-2, -1, 0\}$ și $B = \{0, 1, 2\}$ sau $A = \{-2, -1, 0, 1\}$ și $B = \{-1, 0, 1, 2\}$ sau $A = \{-2, -1, 0, 2\}$ și $B = \{-2, 0, 1, 2\}$, prin urmare $A \cap B = \{0\}$ sau $A \cap B = \{-1, 0, 1\}$ sau $A \cap B = \{-2, 0, 2\}$.

Test de evaluare stadială

1. a) $A_1 = \{-13, -2, -10\}$; b) $A_2 = \{8, 11\}$; c) $A_3 = \{-13, -2, 8, 11, -10\}$. **2.** a) –87; b) 705; c) –101. **3.** a) $A \cup B = \{-5, -4, -3, -2, 0, 2, 3, 4, 5\}$, $A \cap B = \{-5, -4\}$, $A \setminus B = \{0, 2, 3, 4, 5\}$, $B \setminus A = \{-3, -2\}$.

Lecția 2. Reprezentarea numerelor întregi pe axa numerelor

1. a) F; b) A. **2.** a) A; b) A; c) A; d) A; e) F; f) F. **3.** a) 2; b) –1; c) 5; d) –4; e) 3; f) –2. **4.** F are coordonata –6; D are coordonata –4; B are coordonata –2; O are coordonata 0; A are coordonata 1; C are coordonata 4; E are coordonata 6. **9.** a) –8; b) 3; c) 5; d) –4. **10.** a) 0,8 cm; b) 1,2 cm. **11.** a) 0,5 cm; b) 1,5 cm. **12.** a) n = 1 cm; b) n = 2 cm; c) n = 2,5 cm. **13.** OA = 24 mm și OB = 64 mm. **14.** 4 și –4 sau –4 și 4. **15.** OE = 28 mm; OF = 35 mm. **16.** MN = 35 mm. **17.** –4 și 1 sau –3 și 2 sau –2 și 3 sau –1 și 4.

Test de evaluare stadială

1. a) 5; b) –3; c) –1. **3.** Coordonatele punctelor E și F sunt –3 și 3 sau 3 și –3.

EDITURA PARALELA 45

Test de evaluare stadială

1. a) $x = \frac{5}{6}$; b) $x = 3$; c) $x = -\frac{3}{5}$. **2.** a) $x = -4$; b) $x = -1\frac{1}{4}$; c) $x = -\frac{3}{4}$. **3.** $x = 3\frac{3}{7}$.

Lecția 23. Probleme care se rezolvă cu ajutorul ecuațiilor

1. $\frac{29}{12}$. **2.** $\frac{59}{24}$. **3.** $\frac{5}{2}$. **4.** $\frac{8}{5}$. **5.** $\frac{9}{20}$. **6.** $\frac{13}{16}$. **7.** 30. **8.** 11. **9.** 14. **10.** $\frac{10}{9}$. **11.** 3. **12.** 17, 18, 19. **13.** 20. **14.** 72. **15.** $26\frac{2}{3}$. **16.** 60 pomi. **17.** 200 t. **18.** 200 lei. **19.** 120 caiete. **20.** 1000 lei. **21.** 200 lei. **22.** 22 zile. **23.** 600 km. **24.** 40 probleme. **25.** a VI-a B (27 bănci).

Test de evaluare stadială

1. $-1\frac{2}{15}$. **2.** $6\frac{2}{3}$. **3.** 112 cărți.

Teste de evaluare sumativă

Testul 1. I. 1. A. **2.** B. **3.** C. **4.** D. **5.** A. **II. 1.** 3. **2.** $x = \frac{1}{4}$. **3.** 1200 de lei. **4.** $x = -\frac{5}{6}$.

Testul 2. I. 1. B. **2.** A. **3.** D. **4.** B. **5.** C. **II. 1.** $\frac{5}{6}$. **2.** $x = -12$. **3.** 1680 de lei. **4.** $x = \frac{5}{6}$.

Testul 3. I. 1. A. **2.** C. **3.** D. **4.** B. **5.** C. **II. 1.** $-\frac{25}{8}$. **2.** $x = -2\frac{2}{5}$. **3.** 1,8 m. **4.** $x = \frac{9}{2}$.

Fișă pentru portofoliul elevului

I. 1. A. **2.** F. **3.** A. **II. 1.** –3. **2.** $\frac{8}{3}$. **3.** $\frac{5}{8}$. **III. 1.** C. **2.** A. **3.** B. **IV.** Dacă notăm cu x suma de bani cheltuită în cele trei zile, obținem $x = 600$ de lei; a doua zi a cheltuit 225 de lei. **V.** a) $a = 9$; b) $x \in$ $\in \left\{-2, -2\frac{8}{9}\right\}$.

Model de test pentru Evaluarea Națională

1. B. Ion. **2.** D. 4,7. **3.** C. $\frac{19}{4}$. **4.** 28 elevi. **5.** 16 fete. **6.** 0 băieți. **7.** 15 note de 10. **8.** 25%. **9.** 9,5.

GEOMETRIE

Capitolul II – Triunghiul

Lecția 1. Triunghiul: definiție, elemente, clasificare

1. a) Triunghiul DEF; b), c), d) Analog. **2.** a) E, F, G; b) EF, FG, GE; c) $\sphericalangle E$, $\sphericalangle F$, $\sphericalangle G$. **3.** a) A; b) F; c) A. **4.** a) A; b) A; c) F. **5.** a) $\sphericalangle F$; b) DF; c) $\sphericalangle E$; d) EF; e) $\sphericalangle D$; f) DE. **6.** C. isoscel. **7.** NP. **8.** A. scalen. **9.** C. echilateral. **10.** a) $\sphericalangle A = 60°$; $\sphericalangle B = 60°$; $\sphericalangle C = 60°$; b) A. **11.** C. trei unghiuri ascuțite. **12.** A. **13.** B. dreptunghic. **14.** a) $\sphericalangle M$; b) NP; c) MP, MN. **15.** C. un unghi obtuz. **16.** D, E, F; DE, EF, FD; $\sphericalangle D$, $\sphericalangle E$, $\sphericalangle F$. **17.** a) $\sphericalangle P$, $\sphericalangle M$, $\sphericalangle N$; b) NP, PM, MN. **18.** AB, respectiv CA și CB. **19.** a) $EF > DE$; b) $EF > DF$. **20.** a) $\sphericalangle N \equiv \sphericalangle Q$; b) $NP \equiv QR$; c) $\sphericalangle P \equiv \sphericalangle R$.

Test de evaluare stadială

1. a) FG, EG, EF; b) $\sphericalangle G$, $\sphericalangle E$, $\sphericalangle F$. **2.** a) F; b) A; c) F.

EDITURA PARALELA 45

Lecția 2. Elemente de raționament geometric

1. C. **2.** C. **3.** B. **4.** C. **5.** A. **6.** b). **7.** b). **8.** Ipoteza este „unghiurile $\sphericalangle O_1$ și $\sphericalangle O_2$ sunt opuse la vârf”, iar concluzia este „$\sphericalangle O_1 \equiv \sphericalangle O_2$”. **9.** Ipoteza este „$a \mid b$ și $a \mid c$”, iar concluzia este „$a \mid b + c$”. **10.** Ipoteza este: „Două drepte paralele formează cu orice secantă”, iar concluzia este: „unghiuri alterne interne congruente”. **11.** Ipoteza este „semidreapta OD este bisectoarea unghiului drept $\sphericalangle EOF$”, iar concluzia este „aflați măsura $\sphericalangle EOD$”. **12.** Ipoteza este: „unghiurile $\sphericalangle O_1$ și $\sphericalangle O_2$ sunt suplementare și $\sphericalangle O_1 = 3\sphericalangle O_2$”, iar concluzia este: „aflați $\sphericalangle O_1$”. **13.** Ipoteza este „numărul $3^n + 1$ este prim, $n \in \mathbb{N}$”, iar concluzia este „arătați că $n = 0$”.

Test de evaluare stadială

1. B. definiție. **2.** C. teoremă. **3.** Ipoteza este: „Dreptele paralele a și b formează cu secanta c unghiurile interne $\sphericalangle A$ și $\sphericalangle B$ de aceeași parte a secantei. Știind că $\sphericalangle B = 2\sphericalangle A$”, iar concluzia este: „aflați $\sphericalangle A$ și $\sphericalangle B$”.

Lecția 3. Perimetrul triunghiului

2. a) $p = 20$ cm; b) $p = 26{,}5$ cm; c) $p = 34{,}5$ cm; d) $p = 42{,}5$ cm. **3.** a) $\mathscr{P} = 52$ dam; b) $\mathscr{P} = 75$ cm; c) $\mathscr{P} = 23{,}5$ m; d) $\mathscr{P} = 43{,}4$ dm. **4.** a) $\mathscr{P}_{DEF} = 40$ cm; b) $\mathscr{P}_{DEF} = 15{,}3$ cm. **5.** a) $MP = 9$ cm; b) $MP = 9{,}7$ cm. **6.** a) $\mathscr{P}_{DEF} = 21$ cm; b) $\mathscr{P}_{DEF} = 15$ cm; c) $\mathscr{P}_{DEF} = 27$ cm. **7.** a) $l = 7$ cm; b) $l = 15$ cm; c) $l = 19$ cm. **9.** a) $p = 22{,}5$ cm; b) $p = 25{,}5$ cm. **10.** a) $EF = 17$ cm; b) $EF = 15$ cm. **11.** $MP = 11$ cm. **12.** $AB = AC = 15$ cm. **13.** $NP = 19{,}5$ cm, deci $MN = NP = PM$. **14.** a) DE; b) DF. **15.** a) $AC = 10$ cm; b) $BC = 11{,}5$ cm. **16.** a) $DE = 25$ cm, $EF = 18$ cm, $DF = 25$ cm; b) $DE = 26$ cm, $EF = 21$ cm, $FD = 21$ cm. **17.** a) 12 cm, 16 cm, 24 cm; b) 18 cm, 24 cm, 36 cm. **18.** a) 30 cm, 20 cm, 12 cm; b) 45 cm, 30 cm, 18 cm. **19.** a) $AB = 10$ cm, $BC = 20$ cm, $CA = 14$ cm; b) $AB = 20$ cm, $BC = 6$ cm, $CA = 18$ cm. **20.** $MN = 25$ cm, $NP = 15$ cm și $PM = 20$ cm; b) $MN = 21$ cm, $NP = 28$ cm și $PM = 14$ cm. **21.** Considerăm triunghiul isoscel ABC de bază BC și avem de analizat două cazuri: $AB = \dfrac{BC + AC}{2}$ și $BC = \dfrac{AB + AC}{2}$. Din fiecare caz rezultă că $AB \equiv BC \equiv CA$.

22. Nu. Notăm cu a, b și c lungimile laturilor triunghiului și presupunem că $a < b < c$. $\mathscr{P} = 2p \in \mathbb{N}$, deci $a = 2$, iar b și c sunt numere impare, așadar $c \geq b + 2$ sau $c \geq b + a$, deci a, b și c nu verifică inegalitatea triunghiului.

Test de evaluare stadială

1. $\mathscr{P}_{MNP} = 25{,}2$ cm. **2.** $AB = 17$ cm, $BC = 17$ cm, $AC = 14$ cm, deci baza triunghiului isoscel ABC este latura AC. **3.** $DE = 26$ cm, $EF = 28$ cm, $FD = 30$ cm.

Lecția 4. Suma măsurilor unghiurilor unui triunghi

1. $\sphericalangle D + \sphericalangle E + \sphericalangle F = 180°$. **2.** a) F; b) A. **3.** a) $\sphericalangle C = 74°$; b) $\sphericalangle A = 58°$. **4.** a) $\sphericalangle C = 105°$; b) $\sphericalangle B = 96°$. **5.** a) $\sphericalangle P = 47°25'$; b) $\sphericalangle N = 71°16'$. **6.** a) $\sphericalangle D = 88°8'$; b) $\sphericalangle F = 34°24'$. **7.** $\sphericalangle B + \sphericalangle C = 180° - 90° = 90°$. **8.** Considerăm ΔABC. Dacă $\sphericalangle A = 90°$ și $\sphericalangle B = 90°$, atunci $\sphericalangle A + \sphericalangle B + \sphericalangle C > 180°$. **9.** Considerăm ΔABC. Dacă $\sphericalangle A > 90°$ și $\sphericalangle B = 90°$, atunci $\sphericalangle A + \sphericalangle B + \sphericalangle C > 180°$. **10.** a) $\sphericalangle A = 30°$, $\sphericalangle B = 60°$ și $\sphericalangle C = 90°$; b) $\sphericalangle A = 72°$, $\sphericalangle B = 18°$ și $\sphericalangle C = 90°$. **11.** a) $\sphericalangle D = 54°$, $\sphericalangle E = 18°$ și $\sphericalangle F = 108°$; b) $\sphericalangle D = 12°$, $\sphericalangle E = 144°$ și $\sphericalangle F = 24°$. **12.** a) $\sphericalangle A = 36°$, $\sphericalangle B = 19°$ și $\sphericalangle C = 125°$; b) $\sphericalangle A = 59°$, $\sphericalangle B = 28°$ și $\sphericalangle C = 93°$. **13.** a) $\sphericalangle M = 72°$, $\sphericalangle N = 72°$, $\sphericalangle P = 36°$; b) $\sphericalangle M = 45°$, $\sphericalangle N = 67°30'$, $\sphericalangle P = 67°30'$. **14.** a) $\sphericalangle D = 20°$, $\sphericalangle E = 80°$, $\sphericalangle F = 80°$; b) $\sphericalangle D = 75°$, $\sphericalangle E = 75°$, $\sphericalangle F = 30°$. **15.** a) $\sphericalangle D = 54°$, $\sphericalangle E = 108°$, $\sphericalangle F = 18°$; b) $\sphericalangle D = 72°$, $\sphericalangle E = 12°$, $\sphericalangle F = 96°$. **16.** a) $\sphericalangle DGE = 102°30'$; b) $\sphericalangle FGE = 77°30'$. **17.** Construim diagonala AC, deci $\sphericalangle A + \sphericalangle B + \sphericalangle C + \sphericalangle D = \sphericalangle CAB + \sphericalangle B + \sphericalangle BCA + \sphericalangle ACD + \sphericalangle D + \sphericalangle DAC = 360°$. **18** a) $\sphericalangle D = 40°$, $\sphericalangle E = 60°$ și $\sphericalangle F = 80°$; b) $\sphericalangle D = 36°$, $\sphericalangle E = 60°$ și $\sphericalangle F = 84°$. **19.** a) $\sphericalangle D = 90°$, $\sphericalangle E = 60°$ și $\sphericalangle F = 30°$; b) $\sphericalangle D = 80°$, $\sphericalangle E = 60°$ și $\sphericalangle F = 40°$. **20.** a) $\sphericalangle EIF = 126°$; b) $\sphericalangle EDF = 56°$. **21.** Considerăm punctele $E \in a$ și $F \in b$ situate de aceeași parte a dreptei AB

EDITURA PARALELA 45

CUPRINS

EDITURA PARALELA 45

GEOMETRIE

CAPITOLUL II. TRIUNGHIUL

EDITURA PARALELA 45