

Anton Negrilă

Maria Negrilă

MATEMATICĂ

TEME RECAPITULATIVE

CLASA A VI-A

EDIȚIA A IV-A, REVIZUITĂ ȘI ADĂUGITĂ

Editura Paralela 45

Acest auxiliar didactic este aprobat pentru utilizarea în unitățile de învățământ preuniversitar prin O.M.E. nr. 4642/18.08.2021.

Lucrarea este elaborată în conformitate cu Programă școlară în vigoare pentru clasa a VI-a, aprobată prin O.M.E.N. nr. 3393/28.02.2017.

Director de producție editorială: Ionuț Burcioiu

Redactare: Iuliana Ene, Andreea Roșca

Tehnoredactare: Roxana Pietreanu, Adriana Vlădescu

Pregătire de tipar: Marius Badea

Design copertă: Mirona Pintilie

Descrierea CIP a Bibliotecii Naționale a României
NEGRILĂ, ANTON

Matematică : teme recapitulative : clasa a VI-a /

Anton Negrilă, Maria Negrilă. – Ed. a 4-a, reviz. și adăug. –

Pitești : Paralela 45, 2025

ISBN 978-973-47-4321-6

I. Negrilă, Maria

51

Copyright © Editura Paralela 45, 2025

Prezenta lucrare folosește denumiri ce constituie mărci înregistrate,
iar conținutul este protejat de legislația privind dreptul de proprietate intelectuală.
www.edituraparelela45.ro



1. Se consideră mulțimea $A = \{24, 36, 45, 56, 65, 100, 123, 125, 210, 245, 300, 330\}$.
- a) Determinați mulțimile $B = \{x \mid x \in A \text{ și } x : 3\}$, $C = \{x \mid x \in A \text{ și } x : 2\}$ și $D = \{x \mid x \in A \text{ și } x : 5\}$.
- b) Determinați mulțimile $B \cap C$, $C \cap D$ și $B \cap C \cap D$.
2. Se consideră mulțimile $A = \{0, 1, 2, 3\}$ și $B = \{x \mid x = 1^n + n, \text{ unde } n \in A\}$.
- a) Determinați elementele mulțimii B .
- b) Determinați card B .
3. Fie mulțimile $A = \{0, 1, 2, 3\}$ și $B = \{x \mid x = 2a + 1, \text{ unde } a \in A\}$.
- a) Determinați elementele mulțimii B .
- b) Calculați $A \cap B$ și $A \cup B$.
4. Fie $A = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ și $B = \{x \mid x = 2^a - a, \text{ unde } a \in A\}$. Scrieți elementele mulțimii B și calculați card B .
5. Determinați elementele mulțimilor:
- a) $A = \{x \in \mathbb{N} \mid x \leq 3 \text{ sau } 2^x = 16\}$;
- b) $B = \{x \in \mathbb{N} \mid 2^x = 1 \text{ sau } 2^x = 32\}$;
- c) $C = \{x \in \mathbb{N} \mid x = 2^n, n \in \mathbb{N}^*, n \leq 5\}$;
- d) $D = \{x \in \mathbb{N} \mid x^2 \leq 27 \text{ și } x^2 \geq 4\}$;
- e) $E = \{x \in \mathbb{N} \mid x \text{ este ultima cifră a lui } n^2, \text{ cu } n \in \mathbb{N}\}$.
6. Fie mulțimile $A = \{x \in \mathbb{N} \mid x \leq 6\}$ și $B = \{y \mid y = x + 1, x \in A\}$. Determinați mulțimile A , B , $A \cap B$, $A \cup B$, $A - B$ și $B - A$.
7. Fie mulțimile $A = \{x \in \mathbb{N} \mid x \leq 5\}$ și $B = \{y \mid y = x + 2, x \in A\}$. Determinați mulțimile A , B , $A \cap B$, $A \cup B$, $A - B$ și $B - A$.
8. Fie mulțimile $A = \{1, 3, 5\}$ și $B = \{2, 3, 4\}$. Determinați elementele mulțimii $C = \{x \in \mathbb{N} \mid x = a + b, \text{ unde } a \in A \text{ și } b \in B\}$ și card C .
9. Se consideră mulțimile $A = \{x \in \mathbb{N} \mid x = 2k + 1, k \in \mathbb{N}^*, k \leq 4\}$ și $B = \{x \in \mathbb{N} \mid x = 2^k + 1, k \in \mathbb{N}, k < 4\}$. Determinați elementele mulțimilor A , B , $A \cap B$, $A \cup B$, $A - B$ și $B - A$.
10. Se consideră mulțimile $A = \{x \in \mathbb{N} \mid x + 1 \in \mathcal{D}_{18}\}$ și $B = \{x \in \mathbb{N} \mid x \in \mathcal{D}_{12}\}$. Determinați elementele mulțimilor A , B , $A \cap B$, $A \cup B$, $A - B$ și $B - A$.
11. Fie mulțimile $A = \{x \in \mathbb{N}^* \mid x < 6\}$ și $B = \{x \in \mathbb{N} \mid 2 \leq x < 9\}$. Determinați mulțimile A , B , $A \cup B$, $A \cap B$, $A - B$, $B - A$, $(A \cup B) - \{3, 5, 7, 9, 11\}$.
12. Se consideră mulțimile $A = \{x \in \mathbb{N}^* \mid x \leq 5\}$ și $B = \{x \in \mathbb{N} \mid 3 \leq x < 10\}$. Determinați mulțimile A , B , $A \cup B$, $A - B$, $B - A$, $(A \cap B) - \{1, 3, 5, 7, 9\}$.
13. Fie mulțimile $A = \{x \in \mathbb{N}^* \mid 4 \leq 2x \leq 14\}$ și $B = \{x \in \mathbb{N} \mid 3 \leq 2x + 1 \leq 11\}$. Determinați mulțimile A , B , $A \cup B$, $A \cap B$, $A - B$ și $B - A$. Arătați că $\text{card}(A \cup B) - \text{card}(A \cap B) = \text{card}(A - B) + \text{card}(B - A)$.
14. Se consideră mulțimile $A = \{x \in \mathbb{N}^* \mid x - 2 < 3\}$ și $B = \{x \in \mathbb{N}^* \mid 7 \leq 2x + 3 \leq 15\}$. Determinați mulțimile A , B . Arătați că $(A \cup B) - (A \cap B) = (A - B) \cup (B - A)$.

II.1. CEL MAI MARE DIVIZOR COMUN. CEL MAI MIC MULTIPLU COMUN

1. Aflați cel mai mare divizor comun al numerelor:

- a) 90; 108; 144; b) 120; 90; 150; c) 162; 108; 96; d) 180; 240; 270; e) 270; 216; 162;
f) 480; 360; 540; g) 288; 432; 486; h) 324; 192; 216; i) 240; 360; 420.

2. Aflați cel mai mare divizor comun al numerelor:

- a) 324; 252; 288; b) 210; 294; 336; c) 144; 216; 288; d) 252; 576; 504; e) 252; 336; 420;
f) 378; 504; 567; g) 288; 432; 720; h) 360; 432; 504; i) 448; 672; 896.

3. Aflați cel mai mic multiplu comun al numerelor:

- a) 32; 42; 48; b) 54; 72; 108; c) 72; 96; 216; d) 36; 48; 84; e) 56; 63; 42;
f) 45; 54; 63; g) 72; 84; 96; h) 48; 40; 60; i) 90; 120; 108.

4. Aflați cel mai mic multiplu comun al numerelor:

- a) 90; 160; 216; b) 135; 180; 225; c) 225; 300; 270; d) 162; 216; 270; e) 126; 378; 252;
f) 198; 264; 396; g) 240; 540; 480; h) 540; 405; 324; i) 144; 192; 432.

5. Determinați cifra x pentru care numerele naturale de forma:

- a) $\overline{432x}$; b) $\overline{20x6}$; c) $\overline{x346}$; d) $\overline{x12x}$,
sunt divizibile cu 2.

6. Determinați cifra x pentru care numerele naturale de forma:

- a) $\overline{24x6}$; b) $\overline{x573}$; c) $\overline{513x}$; d) $\overline{6x48}$,
sunt divizibile cu 3.

7. Determinați cifra x pentru care numerele naturale de forma:

- a) $\overline{425x}$; b) $\overline{624x}$; c) $\overline{27x8}$; d) $\overline{x38x}$; e) $\overline{9x4x}$; f) $\overline{30x4}$; g) $\overline{x73x8}$,
sunt divizibile cu 4.

8. Determinați cifra x pentru care numerele naturale de forma:

- a) $\overline{328x}$; b) $\overline{206xx}$; c) $\overline{x46x}$; d) $\overline{92x0}$,
sunt divizibile cu 5.

9. Determinați cifra x pentru care numerele naturale de forma:

- a) $\overline{327x}$; b) $\overline{x4230}$; c) $\overline{8x06}$; d) $\overline{50x4}$; e) $\overline{3xx2}$; f) $\overline{xxx3}$,
sunt divizibile cu 9.

10. Determinați cifra x pentru care numerele naturale de forma:

- a) $\overline{285x}$; b) $\overline{157x}$; c) $\overline{63x5}$; d) $\overline{48x0}$; e) $\overline{38xx}$,
sunt divizibile cu 25.

11. Fie numărul $a = 2^{n+2} \cdot 5^{n+3} + 2^{n+1} \cdot 5^{n+4}$.

- a) Scrieți descompunerea numărului în produs de puteri de factori primi.
b) Arătați că $70 \mid a$.

12. Fie numerele $A = 2^{n+2} \cdot 5^{n+3} + 3$ și $B = 2^n \cdot 5^{n+2} + 3$. Calculați suma cifrelor numerelor A , B , $A + B$ și $A - B$.

III.1. RAPOARTE ȘI PROPORȚII. ȘIR DE RAPOARTE EGALE. MĂRIMI DIRECT PROPORȚIONALE. MĂRIMI INVERS PROPORȚIONALE. REGULA DE TREI SIMPLĂ

1. Calculați valoarea raportului $\frac{a}{b}$ în fiecare dintre situațiile:

a) $a = 2^4 \cdot 3^3 \cdot 5$ și $b = 2^2 \cdot 3^4 \cdot 7$;

b) $a = 2^6 \cdot 3^4 \cdot 5^2 \cdot 7$ și $b = 2^3 \cdot 5 \cdot 3^5 \cdot 7^2$;

c) $a = 3^6 \cdot 5^7 \cdot 11$ și $b = 3^5 \cdot 5^8 \cdot 13$;

d) $a = \frac{2}{3} + 3\frac{3}{4} \cdot \frac{8}{25}$ și $b = \frac{27}{50} + 3\frac{1}{3} : 2\frac{2}{9}$;

e) $a = 3\frac{1}{3} + 2\frac{2}{5} \cdot \frac{5}{18}$ și $b = 7 + 3\frac{1}{3} : 6\frac{2}{3}$.

2. Determinați al doilea termen al raportului $\frac{a}{b} = k$, știind că:

a) $a = 123 \cdot 234 + 234 \cdot 877$ și $k = 234 \cdot 743 - 234 \cdot 733$;

b) $b = 3\frac{1}{2} + 2\frac{1}{3}$ și $k = 2,75 + \frac{17}{20}$;

c) $a = \left(3\frac{1}{3}\right)^2 - \left(2\frac{1}{2}\right)^2$ și $k = 3\frac{1}{3} - 2\frac{1}{2}$;

d) $a = (2^7)^{13} \cdot (3^6)^{11}$ și $k = (2^{15})^6 \cdot (3^{13})^5$.

3. Un dreptunghi are raportul dimensiunilor egal cu $\frac{2}{3}$, iar aria egală cu 216 cm^2 . Aflați perimetrul dreptunghiului.

4. Un dreptunghi are dimensiunile în raportul $\frac{3}{8}$ și perimetrul egal cu 132, iar un al doilea dreptunghi are dimensiunile în raportul $\frac{5}{6}$ și perimetrul egal cu 198. Calculați valoarea raportului ariilor.

5. a) Știind că $\frac{a}{b} = \frac{2}{5}$, calculați valoarea raportului $r = \frac{7a+8b}{14a-5b}$.

b) Știind că $\frac{x}{y} = \frac{3}{5}$, calculați valoarea raportului $r = \frac{5x+7y}{9x-5y}$.

c) Știind că $\frac{x}{y} = \frac{2}{3}$, calculați valoarea raportului $r = \frac{4x+5y}{5x+4y}$.

6. a) Știind că $\frac{2x}{5y} = 0,15$, calculați raportul $\frac{10x-3y}{5y}$. b) Știind că $\frac{3x}{5y} = 0,4$, calculați raportul $\frac{4x+6y}{5x+y}$.

c) Dacă $\frac{3x}{5y} = \frac{3}{7}$, calculați valoarea raportului $\frac{2x+4y}{x+2y}$.

7. a) Știind că $\frac{5a+18}{7b+12} = \frac{3}{2}$, calculați raportul $\frac{a}{b}$.

b) Știind că $\frac{4x+9}{5y+6} = \frac{3}{2}$, calculați raportul $\frac{x}{y}$.

1. Fie mulțimile $A = \{x \in \mathbb{Z} \mid -1 \leq x < 4\}$ și $B = \{x \in \mathbb{Z} \mid |x| \leq 3\}$.

a) Determinați elementele mulțimilor A și B .

b) Calculați $A \cup B$ și $A \cap B$.

2. Fie mulțimile $A = \{-4, -2, 0, 1, 2, 3\}$ și $B = \{x \in \mathbb{Z} \mid |x| \in A\}$.

a) Determinați elementele mulțimii B .

b) Calculați $A \cap B$, $A \cup B$, $A - B$ și $B - A$.

3. Comparați numerele $a = 2^{33} + |2^{33} - 3^{22}|$ și $b = 2^{20} - |3^{12} - 4^{10}|$.

4. Arătați că $a \in \mathbb{N}$, știind că:

a) $a = |-7 + x| - |x| + |-19| - |2|$, unde x este număr întreg negativ;

b) $a = |-15| + |-3 - x| - |x| + |8|$, unde $x \in \mathbb{Z}_+$.

5. Efectuați calculele:

a) $(-27) + (+18) + (-5) + (+11)$;

c) $(-6) + (-14) + (+17) + (-4)$;

e) $(+32) + (-18) + (+27) + (-34)$;

b) $(-7) + (-33) + (+25) + (+10)$;

d) $(-15) + (+11) + (-7) + (-9)$;

f) $(-25) + (+29) + (-33) + (+19)$.

6. Calculați:

a) $(-18) + (-25) + (+19) + (-5)$;

c) $(-43) + (-5) + (+38) + (+9)$;

e) $(-45) + (+42) + (+28) + (-31)$;

b) $(-10) + (-7) + (+34) + (-13)$;

d) $(-40) + (+15) + (-7) + (+29)$;

f) $(-33) + (+42) + (-27) + (+16)$.

7. Calculați:

a) $(-24) + (+19) + (-15) + (+17) + (-33)$;

c) $(-26) + (-17) + (+42) + (-28) + (+19)$;

e) $(-43) + (+26) + (-35) + (+29) + (-14)$;

b) $(-18) + (+25) + (-36) + (+14) + (-23)$;

d) $(-25) + (-18) + (+27) + (-33) + (+12)$;

f) $(-32) + (+23) + (-27) + (+38) + (-13)$.

8. Calculați:

a) $(-26) - (-17) - (+6) - (-12)$;

c) $(-19) - (-34) - (+25) - (-11)$;

e) $(-14) - (-17) - (+26) - (-33)$;

b) $(-36) - (-23) - (-19) - (+42)$;

d) $(-28) - (+14) - (-23) - (-16)$;

f) $(-34) - (-27) - (+18) - (-23)$.

9. Calculați:

a) $(-34) - (-18) - (-24) - (+37)$;

c) $(-38) - (-25) - (+19) - (-31)$;

e) $(-24) - (+12) - (-17) - (-13)$;

b) $(-15) - (+12) - (-23) - (-16)$;

d) $(-22) - (-35) - (+19) - (-21)$;

f) $(-31) - (-19) - (+24) - (-17)$.

10. Calculați:

a) $(-27) - (-19) - (+23) - (-14) - (-17)$;

c) $(-38) - (-27) - (+29) - (-34) - (+18)$;

e) $(-54) - (-47) - (+33) - (-26) - (-12)$;

b) $(-28) - (-32) - (+25) - (-26) - (+34)$;

d) $(-42) - (-37) - (+48) - (-25) - (-16)$;

f) $(-39) - (-48) - (+27) - (-35) - (+24)$.

11. Calculați:

a) $(-34) + (+28) - (+19) + (-25) - (-7)$;

c) $(-26) + (+19) - (-28) + (-35) - (+9)$;

e) $(-6) + (-45) - (-48) + (+37) - (+54)$;

b) $(-11) + (-21) - (+16) + (+28) - (-19)$;

d) $(-34) + (-25) - (-37) + (+42) - (+11)$;

f) $(-18) + (+26) - (-33) + (+29) - (+17)$.

12. Calculați:

a) $(-14) + (+29) + (-56) - (-67) - (+27)$;

c) $(-40) + (+62) - (+29) + (-56) - (-49)$;

e) $(-43) + (+34) - (+19) + (-27) - (-28)$;

b) $(-47) + (+33) + (-15) - (-35) - (+25)$;

d) $(-48) + (+35) - (+17) + (-26) - (-39)$;

f) $(-35) + (-29) - (-46) + (-14) - (-23)$.

13. Calculați:

a) $(-47) + (+33) + (-12) - (-17) - (+14)$;

c) $(-26) - (-17) - (+6) + (+12) + (-21)$;

e) $(-19) - (-24) - (+42) + (+27) + (-16)$;

b) $(-28) + (+21) - (-17) + (+33) - (+19)$;

d) $(-34) - (-25) - (-11) + (-36) + (+13)$;

f) $(-23) - (-31) - (+39) + (+25) + (-17)$.

14. Calculați:

a) $(-14) - (-17) - (+26) + (+33) - (-28)$;

c) $(-23) - (-16) - (+38) + (+25) + (-18)$;

e) $(-29) - (-14) - (+32) + (+17) + (-15)$;

b) $(-18) - (-24) - (+37) + (+15) + (-12)$;

d) $(-25) - (-31) - (+22) + (+35) + (-19)$;

f) $(-35) - (-43) + (+27) - (+21) + (-38)$.

15. Calculați:

a) $(-28) - (-42) - (-17) - [(-32) - (-17) + (-14) + (+9)]$;

b) $(-27) - (-45) - (+34) - [(-48) - (-36) + (-13) + (+19)]$;

c) $(-32) - (-43) - (+18) - [(-26) - (-19) + (-12) + (+9)]$;

d) $(-24) - (-37) - (+29) - [(-18) - (+23) + (+27) + (-6)]$;

e) $(-43) - (-38) - (+27) - [(-45) - (-32) + (-13) + (+8)]$;

f) $(-25) - (-36) - (+39) - [(-24) - (-15) + (+28) + (-17)]$.

16. Efectuați calculele:

a) $(-11 - 32) - (16 - 23 - 41)$;

c) $(-17 + 12) + (-15 + 23) - (-45 + 32)$;

e) $(42 - 55 - 6) - (65 - 57 - 11)$.

b) $(-25 + 12) - (7 - 36 - 28)$;

d) $(-17 + 23 - 15) - (-21 - 16 + 43)$;

17. Efectuați calculele:

a) $-35 + [-23 - (-27 + 11 - 9) + 41] + (25 - 36)$;

c) $34 - (20 - 42) - [(64 - 70) - (15 - 23 - 12)]$;

e) $-54 - [-43 - (-17 - 59 + 38) - (-13)] + 25$.

b) $-(-20 - 15) - [(43 - 54) - (21 - 19 - 15)]$;

d) $-63 - [-45 + (56 + 64 - 82) - (+62)] + 16$;

18. Efectuați calculele:

a) $(-27 + 43) - \{[(-30 + 24) - (-18 + 25)] - (-37 + 53)\}$;

b) $(-33 + 49) - \{[(-42 + 50) - (-24 + 35)] - (-29 + 34)\}$;

c) $(-28 + 41) + [9 - (-42 + 51) + (17 - 25 + 33)]$;

d) $(37 - 48) + [12 - (-21 + 33) + (43 - 37 - 11)]$;

e) $[-35 + (-21 - 7 + 24) - (15 - 27 + 19) + 34] - (+73)$;

f) $[-60 + (32 - 43) - (-24 + 15) - (+33)] + (-34 + 49)$.

19. Efectuați calculele:

a) $100 + \{-78 + [(-18 + 5) + 5 - (-30 + 52)] - (+20)\}$;

b) $-13 - \{(-17 + 29) - (-16) - [-41 - (-29 + 8) - (-15)]\}$;

c) $25 - \{-3 - [-34 + 28 - (-10 + 5) - (-9 + 5 + 11)] - (-2)\}$;

d) $96 - \{-24 - [(-16 + 25) - (-53 + 35) + 12] - (-11 + 25)\}$;

e) $-31 + \{-8 - [-12 + (-30 + 18) - (-42 + 28)] - (+24)\}$;

f) $[(-15 + 27) - (13 - 29 + 16) - (17 - 34 + 10)] + (-14 + 23)$.

1. Arătați că următoarele fracții sunt ireductibile, oricare ar fi $n \in \mathbb{N}$:

a) $\frac{2n+3}{3n+4}$; b) $\frac{2n+7}{n+3}$; c) $\frac{2n+3}{5n+7}$; d) $\frac{3n+7}{5n+12}$.

2. Arătați că următoarele fracții sunt ireductibile, oricare ar fi $n \in \mathbb{N}$:

a) $\frac{3n+8}{2n+5}$; b) $\frac{6n+7}{7n+8}$; c) $\frac{3n+7}{4n+9}$; d) $\frac{6n+13}{7n+15}$; e) $\frac{4n+9}{5n+11}$; f) $\frac{7n+10}{2n+3}$.

3. Arătați că fracția $\frac{3n+8}{2n+1}$ este reductibilă și găsiți forma simplificată a fracției pentru $n \in \mathbb{N}$.

4. Se consideră fracția $F = \frac{2 \cdot 3^n + 7}{3^{n+1} + 10}$.

a) Scrieți fracțiile pentru $n \in \{0, 1, 2, 3\}$ și precizați dacă sunt sau nu ireductibile.

b) Arătați că fracția F este ireductibilă pentru orice valoare a lui $n \in \mathbb{N}$.

5. Arătați că pentru orice valoare a lui $\mathbb{N}$, fracțiile următoare sunt ireductibile:

a) $F = \frac{5 \cdot 7^n + 2}{7^{n+1} + 3}$; b) $F = \frac{7 \cdot 5^n + 4}{5^{n+1} + 3}$; c) $F = \frac{7 \cdot 2^n + 5}{2^{n+2} + 3}$; d) $F = \frac{3 \cdot 2^n + 4}{2^{n+2} + 5}$; e) $F = \frac{5 \cdot 2^n + 9}{2^{n+2} + 7}$.

6. a) Demonstrați că fracția $\frac{n}{n+1}$ este ireductibilă pentru orice $n \in \mathbb{N}^*$.

b) Demonstrați că fracția $\frac{6n}{6n+1}$ este ireductibilă pentru orice $n \in \mathbb{N}^*$.

c) Demonstrați că fracția $\frac{2 \cdot 6^n + 5}{6^{n+1} + 12}$ este ireductibilă pentru orice $n \in \mathbb{N}^*$.

7. Arătați că fracțiile următoare sunt ireductibile pentru oricare $x, n \in \mathbb{N}^*$:

a) $\frac{2x+5}{6x+19}$; b) $\frac{10x+13}{14x+19}$; c) $\frac{18x+17}{14x+15}$; d) $\frac{7x+13}{5x+9}$; e) $\frac{18n+13}{14n+11}$; f) $\frac{22n+7}{18n+5}$.

8. Determinați valorile naturale ale lui n pentru care:

a) $\frac{3n+9}{2n+1} \in \mathbb{N}$; b) $\frac{5n+3}{3n+1} \in \mathbb{N}$; c) $\frac{3n+15}{2n+3} \in \mathbb{N}$; d) $\frac{7n+12}{5n+3} \in \mathbb{N}$; e) $\frac{5n+19}{2n+1} \in \mathbb{N}$; f) $\frac{7n+9}{2n+1} \in \mathbb{N}$.

9. Demonstrați că fracția $\frac{n^2+n}{6n+2}$ este reductibilă pentru orice $n \in \mathbb{N}^*$.

10. Demonstrați că fracția $\frac{n^2-n}{8n+12}$ este reductibilă pentru orice $n \in \mathbb{N}^* \setminus \{1\}$.

11. Demonstrați că fracția $\frac{n^2+n+2x}{3n^2+3n+2y}$ este reductibilă pentru orice $n, x, y \in \mathbb{N}^*$.

12. Calculați suma $S = \overline{0,a(bc)} + \overline{0,b(ca)} + \overline{0,c(ab)}$, știind că media aritmetică a cifrelor a, b și c este 6.

13. Determinați cifrele a, b și c , știind că $a+c=5b$ și $\overline{a,b(c)} + \overline{b,c(a)} + \overline{c,a(b)} = 13,(3)$.

14. Aflați cifrele x și y din egalitatea $\overline{0,x(y1)} + \overline{0,x(y8)} = 0,7(10)$.

15. Determinați valorile lui $n \in \mathbb{N}$ pentru care:

a) $\frac{1}{2} < \frac{n+2}{4} < \frac{5}{3}$;

b) $\frac{2}{5} < \frac{n-1}{10} < \frac{13}{15}$;

c) $\frac{8}{9} < \frac{2n-1}{18} < \frac{3}{2}$;

d) $\frac{7}{8} < \frac{2n-1}{24} < \frac{4}{3}$;

e) $\frac{11}{21} < \frac{3n-2}{14} < \frac{6}{7}$;

f) $\frac{2}{5} < \frac{2n+13}{15} < \frac{4}{3}$.

16. Determinați valorile lui $n \in \mathbb{N}$ pentru care:

a) $\frac{1}{4} < \frac{(n+1)^2}{24} < \frac{5}{3}$;

b) $\frac{1}{4} < \frac{(2n+1)^2}{36} < \frac{7}{3}$;

c) $\frac{1}{4} < \frac{(3n-1)^2}{48} < \frac{5}{3}$.

17. Știind că $a \in \mathbb{Z}^*$ și $b \in \mathbb{Z}$, astfel încât $|a| \leq 3$ și $|b| = 4$, determinați numerele raționale de forma $\frac{a}{b}$ și scrieți-le în ordine crescătoare.

18. Arătați că:

a) $\frac{1}{3} < \frac{1}{20} + \frac{1}{21} + \dots + \frac{1}{30} < 1$;

b) $0,(6) < \frac{1}{31} + \frac{1}{32} + \dots + \frac{1}{90} < 2$;

c) $\frac{1}{2} < \frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 4} + \dots + \frac{1}{2011 \cdot 2012} < 1$;

d) $\frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{4^2} + \dots + \frac{1}{401^2} < \frac{400}{401}$.

19. Arătați că:

a) $\frac{1}{2 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 4} + \frac{1}{4 \cdot 5} + \dots + \frac{1}{2015 \cdot 2016} < \frac{1}{2}$;

b) $\frac{3}{1^2 \cdot 2^2} + \frac{5}{2^2 \cdot 3^2} + \frac{7}{3^2 \cdot 4^2} + \dots + \frac{2015}{1007^2 \cdot 1008^2} < 1$.

20. Calculați:

a) $\frac{3}{8} - \frac{1}{18} + \frac{7}{12} - \frac{5}{6}$;

b) $\frac{9}{28} - \frac{11}{42} + \frac{3}{14} - \frac{5}{21}$;

c) $\frac{5}{12} + \frac{7}{18} - \frac{11}{24} - \frac{1}{36}$;

d) $\frac{5}{14} - \frac{3}{28} + \frac{8}{21} - \frac{1}{6}$;

e) $\frac{5}{6} - \frac{7}{18} + \frac{8}{9} - \frac{1}{24}$;

f) $\frac{8}{15} - \frac{7}{30} + \frac{9}{10} - \frac{5}{6}$.

21. Calculați:

a) $\left(\frac{8}{15} + \frac{9}{10}\right) - \left(\frac{5}{6} - \frac{4}{5}\right)$;

b) $\left(\frac{4}{9} + \frac{5}{6}\right) - \left(\frac{3}{4} - \frac{7}{18}\right)$;

c) $\left(\frac{5}{6} + \frac{7}{12}\right) - \left(\frac{17}{18} - \frac{11}{24}\right)$;

d) $\left(\frac{17}{24} + \frac{5}{18}\right) - \left(\frac{11}{12} - \frac{4}{9}\right)$;

e) $\left(\frac{3}{10} + \frac{4}{15}\right) - \left(\frac{5}{6} - \frac{7}{20}\right)$;

f) $\left(\frac{5}{8} + \frac{4}{7}\right) - \left(\frac{13}{14} - \frac{3}{4}\right)$.

22. Calculați:

a) $\left(\frac{2}{3} - \frac{1}{6} + \frac{11}{12}\right) - \left(\frac{7}{8} - \frac{3}{4} + \frac{5}{6}\right)$;

b) $\left(\frac{23}{42} + \frac{13}{14} - \frac{8}{21}\right) - \left(\frac{5}{28} + \frac{4}{21} - \frac{2}{7}\right)$;

c) $\left(\frac{3}{10} + \frac{4}{5} - \frac{1}{6}\right) - \left(\frac{5}{6} - \frac{4}{5} + \frac{7}{10}\right)$;

d) $\left(\frac{7}{12} + \frac{3}{4} - \frac{5}{8}\right) - \left(\frac{3}{4} - \frac{11}{18} + \frac{5}{9}\right)$;

e) $\left(\frac{10}{9} - \frac{5}{6} + \frac{7}{12}\right) - \left(\frac{8}{9} - \frac{5}{36} - \frac{7}{18}\right)$;

f) $\left(\frac{17}{12} - \frac{5}{18} + \frac{7}{9}\right) - \left(\frac{5}{6} - \frac{7}{18} + \frac{3}{4}\right)$.

1

NOȚIUNI GEOMETRICE FUNDAMENTALE

I.1. Unghiuri opuse la vârf. Unghiuri în jurul unui punct.

Unghiuri suplementare. Unghiuri complementare.

Bisectoarea unui unghi

I.2. Drepte paralele. Axioma paralelelor. Criterii de paralelism

I.3. Drepte perpendiculare în plan. Distanța de la un punct la o dreaptă

I.4. Cerc. Unghi la centru

2

TRIUNGHIUL

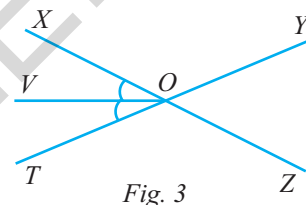
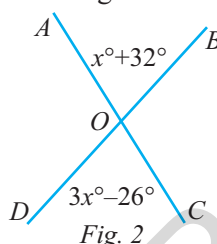
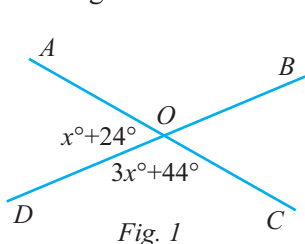
II.1. Triunghiul. Linii importante în triunghi.

Metoda triunghiurilor congruente.

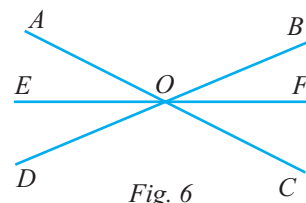
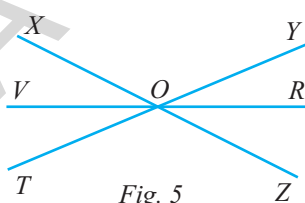
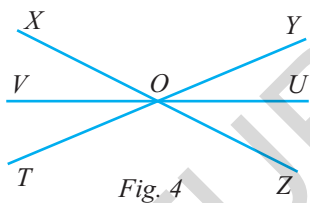
Proprietăți ale triunghiului isoscel, ale triunghiului echilateral, ale triunghiului dreptunghic

1.1. UNGHIIURI OPUSE LA VÂRF. UNGHIIURI ÎN JURUL UNUI PUNCT. UNGHIIURI SUPLEMENTARE. UNGHIIURI COMPLEMENTARE. BISECTOAREA UNUI UNGHI

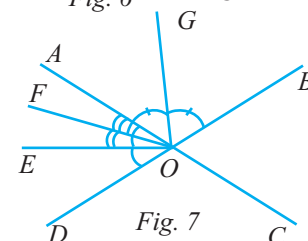
- În figura 1, dreptele AC și BD se intersectează în punctul O , astfel încât $\angle AOD = x^\circ + 24^\circ$ și $\angle COD = 3x^\circ + 44^\circ$. Determinați valoarea lui x .
- În figura 2, dreptele AC și BD se intersectează în punctul O , astfel încât $\angle AOB = x^\circ + 32^\circ$ și $\angle COD = 3x^\circ - 26^\circ$. Determinați valoarea lui x .
- În figura 3, unghiurile XOY și ZOT sunt opuse la vârf. Semidreapta OV este bisectoarea unghiului XOT , iar măsura unghiului $YOY = 138^\circ$. Calculați măsurile unghiurilor YOZ , XOY , XOT și ZOT .



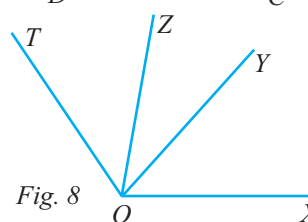
- În figura 4, unghiurile XOT și YOZ sunt opuse la vârf. Semidreapta OV este bisectoarea unghiului XOT , iar semidreapta OU este opusa lui OV , astfel încât $\angle XOY = 4\angle XOT$. Calculați măsura unghiului XOY .
- În figura 5, unghiurile XOY și ZOT sunt opuse la vârf, semidreapta OV este bisectoarea unghiului XOT și semidreapta OR este opusa lui OV . Demonstrați că $\angle XOR \equiv \angle ROT$.
- În figura 6, unghiurile AOB și COD sunt opuse la vârf. Semidreapta OE este bisectoarea unghiului AOD , iar semidreapta OF este bisectoarea unghiului BOC . Arătați că punctele E, O, F sunt coliniare.



- În figura 7, unghiurile AOB și COD sunt opuse la vârf. Semidreapta OE este bisectoarea unghiului AOD , semidreapta OF este bisectoarea unghiului AOE , iar semidreapta OG este bisectoarea unghiului BOF . Știind că $11\angle DOF = 4\angle BOF$, calculați măsura unghiului COD .



- În figura 8 sunt reprezentate semidreptele OX, OY, OZ și OT , astfel încât $\angle XOY = 48^\circ$, $\angle YOZ = 32^\circ$ și $\angle ZOT = 56^\circ$. Calculați măsurile unghiurilor XOZ , YOT și XOT .



- Punctele A, O, B sunt coliniare, iar semidreptele OC și OD sunt în același semiplan determinat de dreapta AB , astfel încât $5\angle AOC = 2\angle COD$, iar $\angle BOD = 40^\circ$. Calculați măsurile unghiurilor AOC și COD .

10. În figura 9 sunt reprezentate semidreptele OA, OB, OC, OD, OE, OF și OG , astfel încât $\angle AOB \equiv \angle BOC \equiv \angle COD \equiv \angle DOE \equiv \angle EOF \equiv \angle FOG$, iar măsura unghiului BOF este egală cu 112° .

a) Calculați măsurile unghiurilor AOB, AOD, AOF și AOG .

b) Calculați măsurile unghiurilor BOE, COF, COG și BOG .

11. În figura 10 sunt reprezentate unghiurile neadiacente AOB și AOC , iar semidreptele OM și ON sunt bisectoarele unghiurilor AOB , respectiv AOC , astfel încât $\angle AOM = 36^\circ$ și $\angle CON = 68^\circ$. Calculați măsurile unghiurilor AOB, BOC, BON și COM .

12. În figura 11 sunt reprezentate unghiurile adiacente suplementare AOB și BOC , iar semidreptele OM , respectiv ON sunt bisectoarele unghiurilor AOB , respectiv BOC , astfel încât $\angle BON = 4\angle BOM$. Calculați măsurile unghiurilor AOB, BOC, AON, MOC și MON .

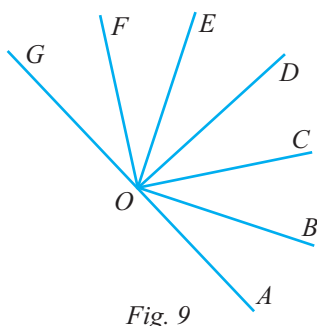


Fig. 9

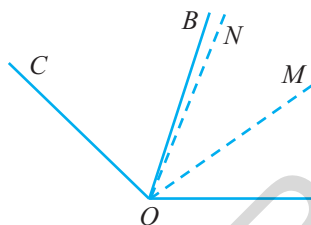


Fig. 10

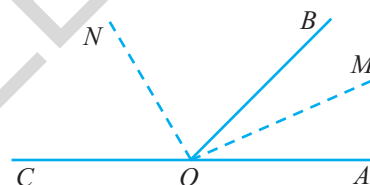


Fig. 11

13. Se consideră unghiurile adiacente AOB și BOC , iar semidreapta OD este opusă semidreptei OA , astfel încât $5\angle AOB = 3\angle BOC$ și $7\angle BOC = 5\angle COD$. Calculați măsurile unghiurilor AOB, BOC și COD .

14. Se consideră unghiul alungit AOD și semidreptele OB și OC situate în semiplane opuse determinate de dreapta AD , astfel încât $\angle AOB = 48^\circ$ și $\angle AOC = 132^\circ$.

a) Determinați măsurile unghiurilor BOD și COD . b) Arătați că punctele B, O, C sunt coliniare.

15. Unghiurile XOY și YOZ sunt adiacente suplementare, iar semidreptele OT și OV sunt bisectoarele unghiurilor XOY , respectiv YOZ . Calculați măsura unghiului TOV .

16. În figura 12 sunt reprezentate punctele coliniare A, O, E și semidreptele OB, OC și OD , astfel încât $\angle AOB \equiv \angle DOE$, $4\angle AOB = 3\angle BOC$ și $2\angle AOB = 3\angle COD$.

a) Calculați măsurile unghiurilor AOB, BOC, COD și DOE .

b) Dacă semidreapta OM este opusă semidreptei OD , arătați că semidreapta OA este bisectoarea unghiului BOM și calculați măsura unghiului COM .

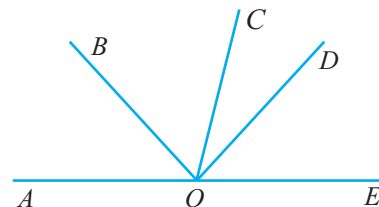


Fig. 12

17. Unghiurile AOB și BOC sunt adiacente suplementare, astfel încât $2\angle AOB = 3\angle BOC$, iar semidreapta OD este bisectoarea unghiului AOB . Calculați măsurile unghiurilor AOB, BOC și COD .

18. Unghiurile AOB și BOC sunt adiacente suplementare, astfel încât $\angle BOC = \frac{1}{4}\angle AOB$. Semidreapta OD este bisectoarea unghiului BOC , iar semidreapta OE este interioară unghiului AOB , astfel încât $\angle EOD = 90^\circ$. Calculați măsurile unghiurilor AOB, BOC, AOE și EOC .

19. Se consideră unghiul alungit AOB și semidreptele OC și OD situate în același semiplan, determinat de dreapta AB , astfel încât $\angle COD = 90^\circ$, iar semidreptele OE , respectiv OF sunt bisectoarele unghiurilor AOC , respectiv BOD . Dacă $4\angle AOC = 5\angle BOD$, calculați măsurile unghiurilor AOC , BOD , AOF , BOE și EOF .

20. Se consideră unghiul AOB , având măsura egală cu 160° . În semiplanul determinat de OA ce conține semidreapta OB , se construiește semidreapta OC , astfel încât măsura unghiului AOC să fie de trei ori mai mică decât măsura unghiului BOC . Dacă semidreapta OM este bisectoarea unghiului AOC și în același semiplan de mai sus se duce semidreapta ON , interioară unghiului BOC , cu $\angle MON = 90^\circ$, calculați măsurile unghiurilor AOC , BOC , BON și BOM .

21. Două unghiuri adiacente și complementare au diferența măsurilor lor egală cu 36° . Determinați măsurile acestor unghiuri.

22. Se consideră punctele coliniare A, O, B , iar în același semiplan determinat de dreapta AB se duc semidreptele OC și OD , astfel încât $\frac{\angle AOC}{6} = \frac{\angle BOD}{3}$ și $\angle COD = 3\angle BOD$. Dacă semidreapta OM este bisectoarea unghiului AOC și semidreapta ON este bisectoarea unghiului BOD , calculați măsurile unghiurilor AOC , BOD , COD și MON .

23. Se consideră unghiurile adiacente și suplementare MON și NOP ($\angle MON < \angle NOP$). În semiplanul determinat de dreapta MP ce conține semidreapta ON se duc semidreapta OR și semidreapta OS , astfel încât $\angle NOR = 90^\circ$ și $\angle SOP = 90^\circ$. Dacă semidreapta OT este bisectoarea unghiului MON și semidreapta OQ este bisectoarea unghiului SOR , iar $3\angle MON = 2\angle POR$, calculați măsurile unghiurilor MON , POR și TOQ .

24. Unghiurile AOB și BOC sunt adiacente și suplementare, cu $\angle AOB = 4\angle BOC$. Semidreapta OM este bisectoarea unghiului BOC , semidreapta ON se află în același semiplan determinat de dreapta AC cu semidreapta OM , astfel încât $\angle NOC = 90^\circ$, iar semidreapta OP este opusa semidreptei OM . Calculați măsurile unghiurilor AOB , BOC , MON , COP și BON .

25. În figura 13 sunt reprezentate unghiurile AOB , BOC , COD și DOA adiacente două câte două, având interioarele disjuncte. Știind că măsurile lor verifică egalitățile: $\frac{\angle AOB}{2} = \frac{\angle BOC}{3} = \frac{\angle COD}{5} = \frac{\angle DOA}{8}$, calculați măsurile unghiurilor AOB , BOC , COD , DOA , AOC și BOD .

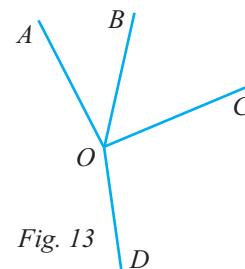


Fig. 13

26. În jurul punctului O sunt situate unghiurile AOB , BOC , COD și DOA , astfel încât $\angle BOC = 2\angle AOB$, $\angle COD = 3\angle AOB$ și $\angle AOD = 2\angle BOC$.

a) Calculați măsurile unghiurilor formate în jurul punctului O .

b) Arătați că punctele B, O, D sunt coliniare.

c) Calculați măsura unghiului format de bisectoarele unghiurilor AOB și AOD .

27. Se consideră unghiurile AOB și BOD adiacente suplementare, iar punctul $C \in \text{Int}(\angle BOD)$. Știind că unghiurile AOB , BOC și COD sunt ascuțite și cu măsurile exprimate prin numere naturale, iar $\angle AOB = \frac{1}{5}\angle COD$, calculați măsurile unghiurilor AOB , BOC și COD .

- 28.** Unghiurile AOB și BOC sunt adiacente, astfel încât $\sphericalangle AOB = \frac{3}{5}\sphericalangle BOC$, semidreptele OE și OF sunt bisectoarele unghiurilor AOB , respectiv BOC , iar $\sphericalangle EOF = 84^\circ$. Calculați măsurile unghiurilor AOB , BOC și AOC .
- 29.** Se consideră unghiurile AOB și BOC adiacente suplementare, cu $\sphericalangle AOB > \sphericalangle BOC$. Fie punctul $D \in \text{Int}(\sphericalangle AOB)$, astfel încât $\sphericalangle DOB = 90^\circ$, iar semidreapta OE este bisectoarea unghiului AOB .
- a)** Arătați că $\sphericalangle DOE = \frac{1}{2}\sphericalangle BOC$.
- b)** Dacă $\sphericalangle DOE = \frac{2}{5}\sphericalangle AOD$, calculați măsurile unghiurilor AOD și BOE .
- 30.** Se consideră perechile de unghiuri adiacente AOB și BOC , respectiv BOC și COD , astfel încât $\sphericalangle AOD = 180^\circ$, iar semidreptele OE și OF sunt bisectoarele unghiurilor AOB , respectiv COD .
- a)** Dacă $\sphericalangle EOF = 120^\circ$, calculați măsura unghiului BOC .
- b)** Dacă $\frac{\sphericalangle AOB}{\sphericalangle BOC} = \frac{2}{3}$ și $\frac{\sphericalangle BOC}{\sphericalangle COD} = \frac{3}{7}$, calculați măsurile acestor unghiuri.
- 31.** Se consideră unghiurile AOB , BOC , COD , DOE , EOF și FOA în jurul punctului O . Unghiurile AOB și DOE sunt opuse la vârf, iar măsura unghiului COD este egală cu măsura unghiului AOF .
- a)** Arătați că $\sphericalangle BOC \equiv \sphericalangle EOF$.
- b)** Dacă OM și ON sunt bisectoarele unghiurilor AOB , respectiv COD , arătați că $\sphericalangle MON > 90^\circ$.
- 32.** Fie unghiurile MON , NOP , POT și TOM formate în jurul punctului O . Știind că $3\sphericalangle MON = 4\sphericalangle POT$, $4\sphericalangle MOP = 5\sphericalangle NOT$ și $\sphericalangle MOT = 7\sphericalangle NOP$, calculați măsurile unghiurilor din jurul punctului O .
- 33.** Fie unghiurile XOY , YOZ și ZOX formate în jurul punctului O . Notăm semidreptele OM , ON , respectiv OP ca fiind bisectoarele celor trei unghiuri, respectând ordinea dată. Știind că $\frac{1}{5}\sphericalangle MON = \frac{1}{7}\sphericalangle NOP = \frac{1}{6}\sphericalangle POM$, calculați:
- a)** măsurile unghiurilor XOY , YOZ , respectiv ZOX ;
- b)** măsura unghiului AOB , unde semidreapta OA este bisectoarea unghiului MOY și semidreapta OB este bisectoarea unghiului ZOP .
- 34.** Se consideră unghiurile AOB , BOC , COD și DOA formate în jurul punctului O , astfel încât $5\sphericalangle AOB$ este egal cu dublul măsurii suplementului complementului său, unghiul BOC este obtuz, unghiul COD este complementul suplementului unghiului BOC , iar $\sphericalangle BOC = 2\sphericalangle AOD$.
- a)** Calculați măsurile unghiurilor formate în jurul punctului O .
- b)** Dacă OM este bisectoarea unghiului COD , calculați măsura unghiului BOM .
- 35.** Se consideră semidreptele OA , OB , OC și OD , în această ordine, astfel încât să avem: $\sphericalangle AOB + \sphericalangle BOC + \sphericalangle COD = 100^\circ$. Știind că a, b, c sunt numere prime, astfel încât $a + 3b + 6c = 39$ și $b \cdot \sphericalangle AOB = a \cdot \sphericalangle BOC$ și $c \cdot \sphericalangle BOC = b \cdot \sphericalangle COD$, calculați măsura unghiului format de bisectoarele unghiurilor BOC și COD .
- 36.** În jurul punctului O sunt patru unghiuri, AOB , BOC , COD și DOA , astfel încât $\sphericalangle BOC = 2\sphericalangle AOB + 20^\circ$, $\sphericalangle COD = 3\sphericalangle AOB - 10^\circ$, $\sphericalangle DOA = 4\sphericalangle AOB + 30^\circ$. Calculați măsurile unghiurilor.

II.1. TRIUNGHIUL. LINII IMPORTANTE ÎN TRIUNGHI. METODA TRIUNGHIURILOR CONGRUENTE. PROPRIETĂȚI ALE TRIUNGHIULUI ISOSCEL, ALE TRIUNGHIULUI ECHILATERAL, ALE TRIUNGHIULUI DREPTUNGHI

Teoremă: Suma măsurilor unghiurilor unui triunghi este 180° .

Definiție: Se numește unghi exterior unui triunghi un unghi care este adiacent și suplementar cu unul dintre unghiurile triunghiului.

Teoremă: Măsura unui unghi exterior unui triunghi este egală cu suma măsurilor celor două unghiuri ale triunghiului neadiacente lui (sau nealăturate lui).

Consecință: Suma măsurilor celor șase unghiuri exterioare unui triunghi este 720° .

Linii importante în triunghi

Bisectoarele unghiurilor unui triunghi

Teoremă: *Bisectoarele unghiurilor unui triunghi* sunt concurente, iar punctul lor comun este situat la distanțe egale față de laturile triunghiului. Dacă I este punctul de intersecție a bisectoarelor unghiurilor unui triunghi, atunci $d(I, AB) = d(I, AC) = d(I, BC)$. Punctul I se numește *centrul cercului înscris în triunghi*.

Teoremă: Un punct interior unui unghi aparține bisectoarei unghiului dacă și numai dacă este egal depărtat de laturile unghiului.

Mediatoarele laturilor unui triunghi

Teoremă: Un punct aparține mediatoarei unui segment dacă și numai dacă este egal depărtat de capetele segmentului.

Teoremă: În orice triunghi mediatoarele laturilor sunt concurente într-un punct O care este *centrul cercului circumscris triunghiului* și este situat la aceeași distanță de vârfurile triunghiului.

Înălțimile unui triunghi

Definiție: Perpendiculara coborâtă din vârful unui triunghi pe latura opusă se numește *înălțime* a triunghiului.

Teoremă: Înălțimile unui triunghi sunt concurente. Punctul lor comun se numește *ortocentrul triunghiului* și se notează cu H .

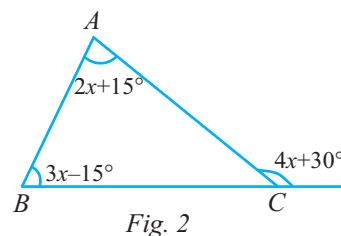
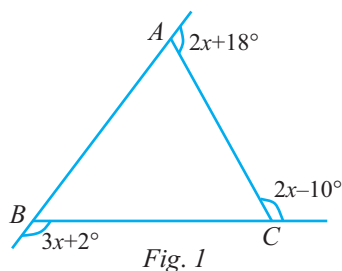
Medianele unui triunghi

Definiție: Segmentul care unește vârful unui triunghi cu mijlocul laturii opuse se numește *mediană*.

Teoremă: Medianele unui triunghi sunt concurente. Punctul lor comun se notează de obicei cu G . Se numește *centrul de greutate al triunghiului* și este situat pe fiecare mediană la o treime de bază și două treimi față de vârf.

Observație: O proprietate importantă a triunghiului isoscel pe care o vom demonstra mai târziu, dar pe care o vom folosi acum în rezolvarea problemelor este: într-un triunghi isoscel unghiurile alăturate bazei sunt congruente și reciproc, dacă un triunghi are două unghiuri congruente, atunci el este isoscel, iar cele două unghiuri sunt alăturate bazei.

1. Determinați măsurile unghiurilor unui triunghi, știind că ele sunt direct proporționale cu numerele 3, 4 și 5.
2. În triunghiul ABC măsura unghiului B este cu 28° mai mare decât măsura unghiului A , iar măsura unghiului C este cu 32° mai mică decât triplul măsurii unghiului B . Calculați măsurile unghiurilor triunghiului ABC .
3. Într-un triunghi ABC măsurile unghiurilor sale satisfac egalitățile: $2 \cdot \sphericalangle A = 3 \cdot \sphericalangle B = 6 \cdot \sphericalangle C$. Determinați măsurile unghiurilor triunghiului ABC .
4. Determinați măsurile unghiurilor unui triunghi, știind că ele sunt exprimate în grade prin trei numere naturale consecutive.
5. Suma măsurilor a două unghiuri ale unui triunghi este egală cu 108° , iar suma măsurilor altor două unghiuri ale triunghiului este egală cu 116° . Determinați măsurile unghiurilor triunghiului.
6. Determinați măsurile unghiurilor unui triunghi, știind că sunt invers proporționale cu numerele 3, 4 și 6.
7. Determinați măsurile unghiurilor unui triunghi, știind că sunt direct proporționale cu numerele 3, 4 și 8.
8. Determinați măsurile unghiurilor unui triunghi, știind că sunt exprimate în grade, prin numere naturale consecutive pare.
9. Determinați măsurile unghiurilor unui triunghi, știind că ele sunt invers proporționale cu numerele 0,25; 0,5 și 0,1(6).
10. Un unghi exterior al unui triunghi are măsura egală cu 48° , iar un unghi exterior al triunghiului are măsura egală cu 124° . Determinați măsurile unghiurilor triunghiului.
11. Două dintre unghiurile exterioare ale unui triunghi cu măsurile egale cu 128° , respectiv 96° . Determinați măsurile unghiurilor triunghiului.
12. Un triunghi isoscel are un unghi cu măsura de 68° . Care sunt măsurile celorlalte unghiuri ale triunghiului?
13. Măsura unui unghi al unui triunghi este egală cu suma măsurilor celorlalte două unghiuri ale triunghiului. Arătați că triunghiul este dreptunghic.
14. Un triunghi isoscel are un unghi cu măsura de 110° . Care sunt măsurile celorlalte unghiuri ale triunghiului.
15. Arătați că dacă măsura unui unghi exterior al unui triunghi isoscel este egală cu 120° , atunci triunghiul este echilateral.
16. Determinați valoarea lui x din figura 1.
17. Determinați valoarea lui x din figura 2.

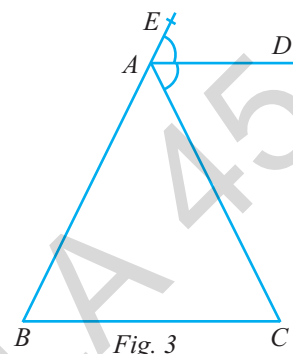


18. În triunghiul isoscel ABC , cu $AB \equiv AC$, se duce $BD \perp AC$, $D \in AC$ și $CF \perp AB$, $F \in AB$, $BD \cap CF = \{H\}$, iar $\angle CHD = 50^\circ$. Determinați măsurile unghiurilor triunghiului ABC .

19. Determinați măsurile unghiurilor unui triunghi ABC pentru care avem:

$$\angle A = \frac{7}{13} \cdot \angle B = \frac{7}{16} \cdot \angle C.$$

20. În figura 3 este reprezentat triunghiul isoscel ABC , cu $AB \equiv AC$, iar semidreapta AD este bisectoarea unghiului exterior EAC , cu $\angle EAD = 62^\circ$. Determinați măsurile unghiurilor triunghiului ABC .



21. În triunghiul ABC , BD este bisectoarea unghiului ABC , $D \in AC$, iar CE este bisectoarea unghiului ACB , $E \in AB$, cu $BD \cap CE = \{I\}$.

a) Calculați măsura unghiului BIC în funcție de măsurile unghiurilor triunghiului ABC .

b) Dacă $\angle IBA = 20^\circ$ și $\angle ICB = 40^\circ$, calculați măsurile unghiurilor triunghiului ABC .

22. În triunghiul ABC , AD este bisectoarea unghiului BAC , $D \in BC$ și CE este bisectoarea unghiului ACB , $E \in AB$, cu $BD \cap CE = \{I\}$, iar $\angle BAI = 26^\circ 30'$ și $\angle ACI = 22^\circ 30'$. Calculați:

a) măsurile unghiurilor DAC și BCE ;

b) măsurile unghiurilor BAC , ACB și ABC .

23. În interiorul triunghiului ABC se consideră un punct I , astfel încât $\angle BAI \equiv \angle CAI$ și $\angle ACI \equiv \angle BCI$.

a) Arătați că $\angle ABI \equiv \angle CBI$;

b) Dacă $\angle CAB = 72^\circ$, calculați măsura unghiului BIC .

24. Se consideră triunghiul ABC și un punct I interior triunghiului ABC , astfel încât $\angle ACI \equiv \angle BCI$ și $\angle CAI \equiv \angle CBI$. Dacă $CI \cap AB = \{D\}$, demonstrați că ID este bisectoarea unghiului AIB .

25. Se consideră segmentele AB și CD , astfel încât $AB \cap CD = \{E\}$ și $\angle ADE \equiv \angle AED$, iar $\angle BCE \equiv \angle BEC$. Demonstrați că:

a) $AD \parallel BC$;

b) Dacă semidreptele AF și BG sunt biseectoarele unghiurilor DAE , respectiv CBE , cu $F, G \in CD$, atunci $AF \parallel BG$.

26. În triunghiul dreptunghic ABC , $AD \perp BC$, $D \in BC$, CE este bisectoarea unghiului ACB , $E \in AB$ și AF este bisectoarea unghiului BAD , $F \in BD$, iar $CE \cap AF = \{M\}$. Calculați măsura unghiului AMC .

27. Se consideră triunghiul ABC , iar punctul D aparține semidreptei CB , unde punctul B este interior segmentului DC , iar punctul E aparține semidreptei BC , unde punctul C este interior segmentului BE . Dacă bisectoarea unghiului ABD se intersectează cu bisectoarea unghiului ACE în punctul P , demonstrați că AP este bisectoarea unghiului BAC .

28. Se consideră punctele distincte M, N, P situate în interiorul unghiului AOB , astfel încât punctele M, N, P sunt egale depărtate de laturile OA și OB ale unghiului AOB . Demonstrați că punctele M, N și P sunt coliniare.

29. În triunghiul ABC , CM este bisectoarea unghiului ACB , cu M punct exterior laturii AB , iar $MN \perp AC$ și $MP \perp BC$, unde punctul N se află pe semidreapta CA și punctul P este interior laturii BC . Bisectoarea unghiului ABC intersectează pe MP în punctul Q . Dacă $QT \perp AB$, $T \in AB$, demonstrați că $MQ = MN - QT$.

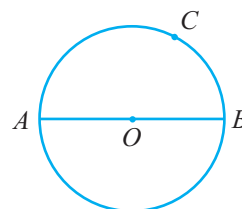
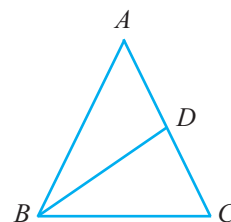
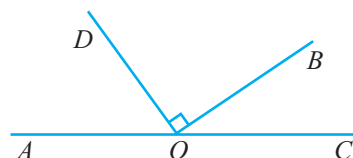
TESTUL 1

Subiectul I. Încercuiți litera corespunzătoare răspunsului corect.**(30 de puncte)**

- (5p) 1. Rezultatul calculului $(-7)(+9) - (+6)(-8)$ este egal cu:
 a) -15; b) -12; c) -5; d) 15.
- (5p) 2. Cel mai mare divizor comun al numerelor 18, 24 și 30 este egal cu:
 a) 2; b) 3; c) 6; d) 12.
- (5p) 3. Rezultatul calculului $\frac{3}{4} + \frac{2}{3} - \frac{5}{6}$ este egal cu:
 a) $-\frac{5}{6}$; b) $\frac{1}{12}$; c) $\frac{7}{12}$; d) $\frac{5}{6}$.
- (5p) 4. Valoarea numărului natural nenul n din proporția $\frac{2n}{21} = \frac{14}{3n}$ este egală cu:
 a) 3; b) 6; c) 7; d) 14.
- (5p) 5. Soluția ecuației $3x + 2 = -7$ este egală cu:
 a) -4; b) -3; c) 2; d) 3.
- (5p) 6. Dacă 12 pixuri costă 72 de lei, atunci 5 pixuri de același fel vor costa:
 a) 20 de lei; b) 25 de lei; c) 30 de lei; d) 36 de lei.

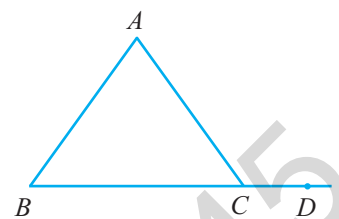
Subiectul al II-lea. Încercuiți litera corespunzătoare răspunsului corect.**(30 de puncte)**

- (5p) 1. În figura alăturată unghiurile AOB și BOC sunt adiacente suplimentare, iar $\angle BOC = \frac{1}{4}\angle AOB$. Dacă semidreapta OD este perpendiculară pe semidreapta OB , atunci măsura unghiului AOD este egală cu:
 a) 48° ; b) 52° ;
 c) 54° ; d) 57° .
- (5p) 2. În figura alăturată este reprezentat triunghiul isoscel ABC , cu $AB \equiv AC$, iar semidreapta BD , $D \in AC$, este bisectoarea unghiului ABC , astfel încât $\angle BDC = 96^\circ$. Măsura unghiului BAC este egală cu:
 a) 62° ; b) 64° ;
 c) 66° ; d) 68° .
- (5p) 3. În figura alăturată punctele A, B, C sunt situate pe cercul de centru O , astfel încât $\widehat{BC} = \frac{\widehat{AC}}{2}$, cu $O \in AB$, iar $BC = 6$ cm. Lungimea diametrului AB este egală cu:
 a) 6 cm; b) 8 cm;
 c) 10 cm; d) 12 cm.



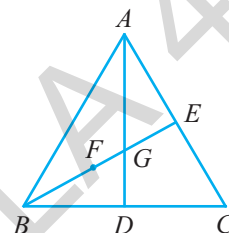
- (5p) 4. În figura alăturată este reprezentat triunghiul ABC , având măsurile $\angle BAC = 6x^\circ + 28^\circ$, $\angle ABC = 48^\circ$ și $\angle ACD = 10x^\circ + 40^\circ$. Măsura unghiului ACB este egală cu:

a) 42° ; b) 48° ;
c) 50° ; d) 54° .



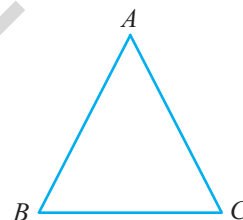
- (5p) 5. În figura alăturată este reprezentat triunghiul echilateral ABC , unde AD este mediană, $D \in BC$, semidreapta BE este bisectoarea unghiului ABC , $E \in AC$, $AD = 18$ cm și $AD \cap BE = \{G\}$. Știind că punctul F este situat pe segmentul BG , astfel încât $FG = \frac{1}{3}BG$, atunci lungimea segmentului BF este egală cu:

a) 6 cm; b) 8 cm;
c) 9 cm; d) 12 cm.



- (5p) 6. În figura alăturată este reprezentat triunghiul isoscel ABC , ($AB \equiv AC$), cu $\angle B = \frac{\angle A + \angle C}{2}$, iar $BC = 8$ cm. Perimetrul triunghiului ABC este egal cu:

a) 12 cm; b) 16 cm;
c) 20 cm; d) 24 cm.



Subiectul al III-lea. Scrieți rezolvările complete.

(30 de puncte)

1. Se consideră numerele întregi:

$$x = -8 \cdot [(-56 + 12) : (+4) - (-19 + 25) \cdot (-21 + 18)];$$

$$y = -3 \cdot [(-57 + 12) : (-11 + 6) - (-22 + 15) \cdot (-17 + 14)].$$

- (2p) a) Arătați că $x = -56$.

- (3p) b) Calculați valoarea numărului întreg $n = \frac{x+y}{2}$.

- (2p) 2. a) Determinați valoarea numărului x , din proporția $\frac{11x+15}{13x+21} = \frac{4}{5}$.

- (3p) b) Determinați valoarea numărului rațional $n = \left(\frac{5}{6} - \frac{4}{9}\right) \cdot \frac{9}{35} + \left(\frac{8}{9} - \frac{7}{12}\right) : \frac{55}{54}$.

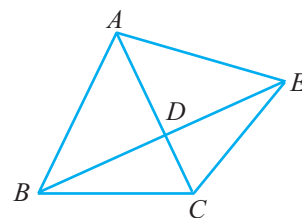
- (2p) 3. a) Știind că $\frac{3x}{5y} = 0,4$, $y \neq 0$, calculați valoarea raportului $r = \frac{7x+6y}{10x-4y}$.

- (3p) b) Determinați numerele naturale a, b, c pentru care $\frac{a}{3} = \frac{b}{5} = \frac{c}{8}$ și $3a + 5b - 4c = 72$.

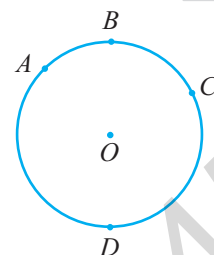
4. În figura alăturată este reprezentat triunghiul isoscel ABC , cu $AB \equiv AC$, $BD \perp AC$, $D \in AC$, iar $BD \equiv DE$.

- (2p) a) Demonstrați că triunghiul BCE este isoscel.

- (3p) b) Arătați că $AE \equiv AC$.



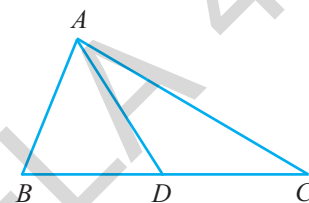
5. În figura alăturată este reprezentat cercul de centru O , pe care sunt situate punctele A, B, C, D , în această ordine, astfel încât $0,3 \cdot \widehat{AB} = 0,25 \cdot \widehat{BC} = 0,2 \cdot \widehat{CD} = 0,1(6) \cdot \widehat{DA}$.



(2p) a) Determinați măsurile arcelor AB, BC, CD și DA .

(3p) b) Calculați măsura unghiului AOC .

6. În figura alăturată este reprezentat triunghiul dreptunghic ABC , cu $\angle BAC = 90^\circ$, $AB = 12$ cm și punctul D , mijlocul ipotenuzei BC , astfel încât $\angle DAC = 30^\circ$.



(2p) a) Calculați perimetrul triunghiului ABD .

(3p) b) Calculați distanța de la punctul D la dreapta AC .

TESTUL 2

Subiectul I. Încercuțiți litera corespunzătoare răspunsului corect.

(30 de puncte)

- (5p) 1. Rezultatul calculului $-12 - (-5)(+12) - (-6)(-9)$ este egal cu:

a) -8 ; b) -7 ; c) -6 ; d) 6.

- (5p) 2. Suma numerelor naturale prime mai mici decât 19 este egală cu:

a) 58; b) 59; c) 77; d) 78.

- (5p) 3. Suma divizorilor proprii ai numărului natural 24 este egală cu:

a) 35; b) 36; c) 59; d) 60.

- (5p) 4. Valoarea numărului rațional $x = \frac{5}{6} - \frac{7}{8} + \frac{11}{12}$ este egală cu:

a) $\frac{1}{2}$; b) $\frac{3}{4}$; c) $\frac{7}{8}$; d) $\frac{5}{6}$.

- (5p) 5. Un obiect costă 80 de lei. Se scumpește cu 20%. Prețul obiectului după scumpire este egal cu:

a) 84 de lei; b) 88 de lei; c) 92 de lei; d) 96 de lei.

- (5p) 6. Dacă $20\%a = 25\%b$, atunci valoarea raportului $r = \frac{7a-5b}{5b-a}$ este egală cu:

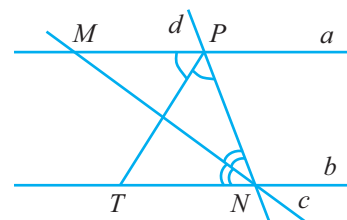
a) 1; b) 2; c) 3; d) 4.

Subiectul al II-lea. Încercuțiți litera corespunzătoare răspunsului corect.

(30 de puncte)

- (5p) 1. În figura alăturată sunt reprezentate dreptele paralele, $a \parallel b$, cu $c \cap a = \{M\}$, $c \cap b = \{N\}$, $d \cap a = \{P\}$, $d \cap b = \{N\}$, semidreapta PT este bisectoarea unghiului MPN și semidreapta MN este bisectoarea unghiului PNT . Știind că $\angle MPT = 3x^\circ + 21^\circ$, iar $\angle MNT = 3x^\circ - 9^\circ$, atunci x este egal cu:

a) 12° ; b) 13° ;
c) 15° ; d) 18° .



ALGEBRĂ

CAPITOLUL I. MULȚIMEA NUMERELOR NATURALE

1. a) $B = \{24, 36, 45, 123, 210, 300, 330\}$, $C = \{24, 36, 56, 100, 210, 300, 330\}$, $D = \{45, 65, 100, 125, 210, 245, 300, 330\}$;
 b) $B \cap C = \{24, 36, 210, 300, 330\}$, $C \cap D = \{100, 210, 300, 330\}$, $B \cap C \cap D = \{210, 300, 330\}$. 2. a) $B = \{1, 2, 3, 4\}$;
 b) $\text{card } B = 4$. 3. a) $B = \{1, 3, 5, 7\}$; b) $A \cap B = \{1, 3\}$, $A \cup B = \{0, 1, 2, 3, 5, 7\}$. 4. $B = \{1, 2, 5, 12, 27, 58\}$, $\text{card } B = 6$.
 5. a) $A = \{0, 1, 2, 3, 4\}$; b) $B = \{0, 5\}$; c) $C = \{2, 4, 8, 16, 32\}$; d) $D = \{2, 3, 4, 5\}$; e) $E = \{0, 1, 4, 5, 6, 9\}$. 6. $A = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6\}$, $B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$, $A \cap B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$, $A \cup B = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$, $A - B = \{0\}$, $B - A = \{7\}$.
 7. $A = \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$, $B = \{2, 3, 4, 5, 6, 7\}$, $A \cap B = \{2, 3, 4, 5\}$, $A \cup B = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$, $A - B = \{0, 1\}$, $B - A = \{6, 7\}$. 8. $C = \{3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$, $\text{card } C = 7$. 9. $A = \{3, 5, 7, 9\}$, $B = \{2, 3, 5, 9\}$, $A \cap B = \{3, 5, 9\}$, $A \cup B = \{2, 3, 5, 7, 9\}$, $A - B = \{7\}$, $B - A = \{2\}$. 10. $A = \{0, 1, 2, 5, 8, 17\}$, $B = \{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$, $A \cap B = \{1, 2\}$, $A \cup B = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 8, 12, 17\}$, $A - B = \{0, 5, 8, 17\}$, $B - A = \{3, 4, 6, 12\}$. 11. $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, $B = \{2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$, $A \cap B = \{2, 3, 4, 5\}$, $A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$, $A - B = \{1\}$, $B - A = \{6, 7, 8\}$, $(A \cup B) - \{1, 3, 5, 7, 9\} = \{1, 2, 4, 6, 8\}$.
 12. $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, $B = \{3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$, $A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$, $A - B = \{1, 2\}$, $B - A = \{6, 7, 8, 9\}$, $(A \cap B) - \{1, 3, 5, 7, 9\} = \{4\}$. 13. $A = \{2, 3, 4, 5, 6, 7\}$, $B = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, $A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$, $A \cap B = \{2, 3, 4, 5\}$, $A - B = \{6, 7\}$, $B - A = \{1\}$, $\text{card}(A \cup B) = 7$, $\text{card}(A \cap B) = 4$, $\text{card}(A - B) = 2$, $\text{card}(B - A) = 1$, $7 - 4 = 2 + 1$ (A).
 14. $A = \{1, 2, 3, 4\}$, $B = \{2, 3, 4, 5, 6\}$, $A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$, $A \cap B = \{2, 3, 4\}$, $A - B = \{1\}$, $B - A = \{5, 6\} \Rightarrow (A \cup B) - (A \cap B) = \{1, 5, 6\}$, $(A - B) \cup (B - A) = \{1, 5, 6\}$. 15. $A = \{4, 5, 6, \dots, 13, 14\}$, $B = \{12, 13, 14, \dots, 16, 17\}$, $A \cap B = \{12, 13, 14\}$, $A \cup B = \{4, 5, 6, \dots, 15, 16, 17\}$, $B - A = \{15, 16, 17\}$, $A - B = \{4, 5, 6, \dots, 11\}$. 16. a) $A = \{3, 4, 5\}$, $B = \{1, 2, 3, 4\}$; b) $A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, $A \cap B = \{3, 4\}$, $A - B = \{5\}$, $B - A = \{1, 2\}$. 17. $A = \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$, $B = \{3, 4, 5, 6\}$, $A \cup B = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6\}$, $A \cap B = \{3, 4, 5\}$, $A - B = \{0, 1, 2\}$, $B - A = \{6\}$. 18. a) $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$, $B = \{2, 4, 6, 16\}$; b) $A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 16\}$, $A \cap B = \{2, 4, 6\}$, $A - B = \{1, 3, 5\}$, $B - A = \{16\}$. 19. a) $A = \{0, 1, 2, 3, 4\}$, $B = \{2, 3, 4, 5, 6\}$; b) $A \cup B = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6\}$, $A \cap B = \{2, 3, 4\}$, $A - B = \{0, 1\}$, $B - A = \{5, 6\}$. 20. $A = \{4, 5, 8, 20\}$, $B = \{1, 2, 4, 5, 10, 20\}$, $A \cup B = \{1, 2, 4, 5, 8, 10, 20\}$, $A \cap B = \{4, 5, 20\}$, $A - B = \{8\}$, $B - A = \{1, 2, 10\}$.
 21. $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, $B = \{3, 4, 5, 6, 7, 8\}$, $C = \{2, 6, 7\}$, $A \cap C = \{2\}$, $B \cap C = \{6, 7\}$, $(A \cap C) \cup (B \cap C) = \{2, 6, 7\}$.
 22. $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$, $B = \{3, 4, 5, 6, 7, 8\}$, $C = \{6, 7, 8, 9, 10, 11\}$, $A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$, $B \cup C = \{3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11\}$, $A \cap B = \{3, 4, 5, 6, 7\}$, $(A \cap B) \cup C = \{3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11\}$, $A \cap C = \{6, 7\}$, $(A \cap C) \cup B = \{3, 4, 5, 6, 7, 8\}$, $B \cap C = \{6, 7, 8\}$, $(A \cap B) \cup (B \cap C) = \{3, 4, 5, 6, 7, 8\}$. 23. a) $A = \{3, 4, 5, 6, 7\}$, $B = \{1, 2, 3, 4, 5\}$; b) $A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$, $A \cap B = \{3, 4, 5\}$, $A - B = \{6, 7\}$, $B - A = \{1, 2\}$. 24. a) $A = \{2, 3, 4, 5, 6, 7\}$, $B = \{3, 4, 5, 6, 7, 8\}$; b) $A \cup B = \{2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$, $A \cap B = \{3, 4, 5, 6, 7\}$, $A - B = \{2\}$, $B - A = \{8\}$. 25. $A = \{3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$, $B = \{4, 5, 6, 7, 8\}$, $A \cap B = \{4, 5, 6, 7, 8\}$, $A \cup B = \{3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$, $A - B = \{3, 9\}$, $B - A = \emptyset$. 26. $A = \{4, 5, 6, 7\}$, $B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$, $C = \{1, 3, 5, 7, 9, 11\}$, $A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$, $(A \cup B) \cap C = \{1, 3, 5, 7\}$, $A - C = \{4, 6\}$, $(A - C) \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$, $B - C = \{2, 4, 6\}$, $(B - C) \cup A = \{2, 4, 5, 6, 7\}$, $C - A = \{1, 3, 9, 11\}$, $(C - A) \cap B = \{1, 3\}$, $A \cap B = \{4, 5, 6\}$, $(A \cap B) \cup (B - C) = \{2, 4, 5, 6\}$, $A \cap B \cap C = \{5\}$, $A \cup B \cup C = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 9, 11\}$.
 27. $A = \{1, 2, 3, 4\}$, $B = \{1, 3, 5, 7\}$, $C = \{3, 7, 11, 15\}$, $A \cap B = \{1, 3\}$, $B \cap C = \{3, 7\}$, $(A \cap B) \cup (B \cap C) = \{1, 3, 7\}$, $A - B = \{2, 4\}$, $B - C = \{1, 5\}$, $(A - B) \cup (B - C) = \{1, 2, 4, 5\}$, $(A - B) \cap (B \cap C) = \emptyset$, $(B \cap C) \cup A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, $A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5, 7\}$, $(A \cup B) \cap C = \{3, 7\}$. 28. $A = \{0, 2, 12\}$, $B = \{2, 5, 12, 26\}$, $A \cup B = \{0, 2, 5, 12, 26\}$, $A \cap B = \{2, 12\}$, $A - B = \{0\}$, $B - A = \{5, 26\}$. 29. $A = \{1, 2, 4, 11\}$, $B = \{2, 4, 10, 28\}$, $A \cup B = \{1, 2, 4, 10, 11, 28\}$, $A \cap B = \{2, 4\}$, $A - B = \{1, 11\}$, $B - A = \{10, 28\}$. 30. $A = \{1, 2, 5, 8, 17\}$, $B = \{1, 5, 19\}$, $A \cup B = \{1, 2, 5, 8, 17, 19\}$, $A \cap B = \{1, 5\}$, $A - B = \{2, 8, 17\}$, $B - A = \{19\}$. 31. $A = \{2, 6, 10, 14, 18\}$, $B = \{2, 8\}$, $A \cap B = \{2\}$, $A \cup B = \{2, 6, 8, 10, 14, 18\}$, $A - B = \{6, 10, 14, 18\}$, $B - A = \{8\}$. 32. $A = \{0, 2, 3, 17\}$, $B = \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$, $A \cup B = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 17\}$, $A \cap B = \{0, 2, 3\}$, $A - B = \{17\}$, $B - A = \{1, 4, 5\}$. 33. $A = \{0, 2, 4, 18\}$, $B = \{2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$, $A \cup B = \{0, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 18\}$, $A \cap B = \{2, 4\}$, $A - B = \{0, 18\}$, $B - A = \{3, 5, 6, 7, 8\}$. 34. $A = \{0, 1, 3, 6, 9, 15, 33\}$, $B = \{2, 3, 5, 12\}$, $A \cup B = \{0, 1, 2, 3, 5, 6, 9, 12, 15, 33\}$, $A \cap B = \{3\}$, $A - B = \{0, 1, 6, 9, 15, 33\}$, $B - A = \{2, 5, 12\}$. 35. $A = \{1, 3, 10\}$, $B = \{1, 2, 3, 8\}$, $A \cup B = \{1, 2, 3, 8, 10\}$, $A - B = \{10\}$, $B - A = \{2, 8\}$. 36. $A = \{0, 3, 6, 9\}$, $B = \{0, 9\}$, $A \cup B = \{0, 3, 6, 9\}$,